Aritmética y Combinatoria
Ayudantía 7 de Junio 2022

Profesor de Cátedra: Giancarlo Lucchini
Ayudantes: Javier Pavez y Sebastián Rosselot

1. Demostrar que no existen soluciones enteras para $x^3 + 9y^3 = 3z^3$
2. Demostrar que no existen soluciones enteras para $x^2 + y^2 = 3z^2$, con $z \neq 0$
3. Demostrar que el circulo $x^2 + y^2 = 3$ no contiene puntos racionales.
4. Determinar cuales de los siguientes elementos se puede expresar como suma de dos cuadrados
   a) 1024
   b) 375
   c) 864
   d) 3969
   e) 2277
5. Dibujar los múltiplos de $2, i, 1+i$ y $-1+2i$ en $\mathbb{Z}[i]$ de norma menor o igual a 10.
6. Demostrar que el algoritmo de división euclidiana en $\mathbb{Z}[i]$ se detiene.
7. Ecotrar $\text{mcd}(5+2i, 3+i)$ y $\text{mcd}(-1+5i, -3+i)$.
8. Muestre que 2 es divisible por $(1+i)^2$ en $\mathbb{Z}[i]$.
9. Sean $z, w \in \mathbb{Z}[i]$. Demostrar que si $z|w$, entonces $N(z)|N(w)$.
10. Sea $x \in \mathbb{Z}[i]$. Demostrar que si $N(x)$ es primo en $\mathbb{Z}$, entonces x es primo en $\mathbb{Z}[i]$.