

Aritmética y Combinatoria

Ayudantía 5 de Abril 2022

Profesor de Cátedra: Giancarlo Lucchini
Ayudantes: Javier Pavez y Sebastián Rosselot

1. Sean $a, b, c \in \mathbb{N}$. Demuestre que si a y b son coprimos y $a|bc$, entonces $a|c$.
2. Sea $n \in \mathbb{Z}$ y $p \in \mathbb{N}$ un primo. Demuestre que si $p|n^k$, entonces $p|n$.
3. Demostrar que el producto de tres enteros consecutivos es divisible por 6. Demostrar que el producto de cuatro enteros consecutivos es divisible por 24.
4. Sea $z \in \mathbb{Z}$ un cuadrado perfecto, entonces z dividido por 4 tiene resto 0 o resto 1.
5. Sean $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ consecutivos, entonces $a + b + c + d$ no es un cuadrado perfecto.
6. ¿Que condición sobre el numero inicial es necesaria para que la suma de 5 enteros consecutivos sea un cuadrado perfecto?
7. Dados $a, b \in \mathbb{Z}$, demuestre que $2|(a + b) \Leftrightarrow 2|(a - b)$
8. Determine si las siguientes ecuaciones tienen solución. Calcule el conjunto de soluciones en el caso de tenerlas.
 - a) $936m + 299n = 30$
 - b) $193m + 46n = 25$
9. **Proposición 1.3.7**
Sean $a, b, c \in \mathbb{N}$ tales que ningún entero $d \geq 2$ divide simultáneamente a los tres. Entonces $\exists l, m, n \in \mathbb{Z}$ tales que $al + bm + cn = 1$
10. Demuestre que para $a, b \in \mathbb{Z}$ si el máximo común divisor entre a y b es igual a $d \in \mathbb{N}$, entonces el máximo común divisor entre $\frac{a}{d}$ y $\frac{b}{d}$ es igual a 1.
11. Demuestre que si $a, b \in \mathbb{Z}$ entonces si denotamos el máximo común divisor entre a y b como $\text{mcd}(a, b)$ y el mínimo común múltiplo de a y b por $\text{MCM}(a, b)$, entonces se cumple que

$$\text{mcd}(a, b) \cdot \text{MCM}(a, b) = |ab|$$

12. Determine cual es la mayor potencia de 14 que divide a 2400!