

Aritmética y Combinatoria

Ayudantía 22 de Marzo 2022

Profesor de Cátedra: Giancarlo Lucchini
Ayudantes: Javier Pavez y Sebastián Rosselot

- Sean A y B dos conjuntos. Demostrar que

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B$$

- Demostrar que $\forall n \in \mathbb{N}$ se cumple que 14 divide a $2^{3n+1} - 2$
- Demostrar por inducción que $n(n+1)$ es par, $\forall n \in \mathbb{N}$
- Sea $n \in \mathbb{N}$, consideraremos la proposición $a(n)$ como $1 + 2 + \dots + n = \frac{1}{8}(2n+1)^2$
 - Demostrar que si $a(k)$ es verdad, entonces $a(k+1)$ también es verdad.
 - ¿Podemos utilizar inducción para decir que $a(n)$ se cumple $\forall n \in \mathbb{N}$?
- Consideremos la sucesión de Fibonacci $\{F_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ definida recursivamente por

$$F_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 1 \\ 1 & \text{si } n = 2 \\ F_{n-1} + F_{n-2} & \forall n \geq 3 \end{cases}$$

Demuestre que $\forall n \in \mathbb{N}$ se cumplen:

- $F_n < 2^n$
 - $F_1 + F_3 + F_5 + \dots + F_{2n-1} = F_{2n}$
 - $F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + \dots + F_n = F_{n+2} - 1$
- Para $n \geq 3 \in \mathbb{N}$ si n puntos distintos en una circunferencia están conectados en orden consecutivo por líneas rectas, entonces los ángulos interiores del polígono resultante suman $(n-2)180^\circ$.
 - Calcular el máximo común divisor de 544 y 153 y expresarlo como combinación lineal de enteros.
 - Calcular el máximo común divisor de 7529 y 3643 y expresarlo como combinación lineal de enteros.
 - Demuestre que si a^2 es par entonces a es par.
 - Si ab es par entonces a es par o b es par
 - Demuestre que si $a \mid b$ y $b \mid a$ entonces $a = \pm b$.
 - Demuestre que $a \mid b$ y $a \mid c$ entonces $\forall m, n \in \mathbb{Z} \quad a \mid bn + cm$.
 - Demuestre que $\text{mcd}(x, y) \mid \text{mcd}(ax + by, cx + dy) \mid (ad - bc) \cdot \text{mcd}(x, y)$, $\forall x, y, a, b, c, d \in \mathbb{Z}$.