

7. Considere todas las funciones lineales $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ con $\int \int_{[0,1]^2} L^2(x,y) dA =$

1. De estas funciones lineales, encuentre la función lineal que minimice a la integral $\int \int_{[0,1]^2} L(x,y) dA$.

• $L(x,y) = ax + by$ $a, b \in \mathbb{R}$.

Condición:

$$\int \int_{[0,1]^2} (ax + by)^2 dA = 1$$

$$\int \int_{[0,1]^2} (ax + by) dA = f(a,b)$$

$$g(a,b) = \int \int_{[0,1]^2} (ax + by)^2 dA - 1$$

$$\cdot \iint_{[a,b]^2} (ax+by) := f(a,b)$$

$$g(a,b) = \iint_{[a,b]^2} (ax+by)^2 dA - 1$$

$$\cdot f(a,b) = \lambda \nabla g(a,b)$$

$$\cdot g(a,b) = 0$$

$$\boxed{a = -\sqrt{\frac{6}{7}} = b} \quad L(x,y) = -\sqrt{\frac{6}{7}} (x+y)$$