5. Sea $F : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ un campo vectorial tal que $||F(x,y)||_2 < \frac{1}{\pi}$, para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ y sea $\sigma : [0, 2\pi] \longrightarrow C$ dada por $\sigma(t) = (\cos(t), \sin(t))$, una parametrización de la circuenferencia $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$. Demuestre que

$$\left| \int_\sigma F \cdot d\sigma \right| < 2$$

Sol: $\ast$ $\displaystyle\int_\sigma F \cdot d\sigma = \int_0^{2\pi} F(\sigma(t)) \cdot \sigma'(t)\, dt$

$$\left| \int_\sigma F \cdot d\sigma \right| = \left| \int_0^{2\pi} F(\sigma(t)) \cdot \sigma'(t)\, dt \right|$$

$$\leq \int_0^{2\pi} \left| F(\sigma(t)) \cdot \sigma'(t) \right| dt.$$

0

Desigualdad C · S , $|a \cdot b| \le \|a\|_2 \cdot \|b\|_2$

$$\le \int_0^{2\pi} \underbrace{\|F(\sigma(t))\|}_{< 1/\pi} \cdot \|\sigma'(t)\| \, dt$$

$$< \int_0^{2\pi} \frac{1}{\pi} \cdot \|\sigma'(t)\| \, dt$$

- $\sigma'(t) = (-\sin t, \cos t) \Rightarrow \|\sigma'(t)\| = \sqrt{\sin^2 t + \cos^2 t}$

"C:/Users/claud/Documents/Jul 13 17h39.svgz - Stylus Labs Write

Jul 13 17h39

$$\sigma'(t) = (-\sin t, \cos t) \Rightarrow \|\sigma'(t)\| = \sqrt{\sin^2 t + \cos^2 t}$$

$$= 1$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{1}{\pi} \cdot 1\, dt$$

$$= 2.$$

6. Sea R una región de tipo 3 en $\mathbb{R}^2$, y sea $\sigma : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}^2$ una parametrización de la frontera de R. Sea $F : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ dada por $F(x, y) = (P^2(x, y), -Q^2(x, y))d\sigma$, donde

5 / 7 | 90% | 13 Jul 17:43 – 13 Jul 20:06

9°C Nublado

ESP LAA 20:58 13-07-2022