Martes 19 de Abril

De aquí en adelante nos resultará de interés la búsqueda de antiderivadas de f, es decir una función F tal que $F'(x) = f(x)$ para todo x. Notar que si encontramos antiderivadas F y G de una misma función f, del segundo problema de la ayudantía anterior existe una constante $C \in \mathbb{R}$ tal que $F(x) = G(x) + C$.

1. Encontrar antiderivadas de las siguientes funciones.

   a) x^4

   b) $\frac{1}{x}$

   c) $\frac{1}{1+x^2}$

   d) $\operatorname{sen}(2x)$

   e) e^{-x}

   f) $e^x \cos(x)$

2. Encontrar una expresión algebraica para las siguientes integrales por medio del TFC.

   a) $\int_0^1 x^{10} dx$

   b) $\int_a^b \sqrt{x} dx$

   c) $\int_a^b x^\alpha dx, \ \alpha \in \mathbb{R} - \{-1\}$

   d) $\int_0^{\pi/2} \cos(x) dx$

   e) $\int_0^1 e^{3x} dx$

   f) $\int_a^b \frac{1}{x} dx$

3. Sea g una función continua sobre $\mathbb{R}$ tal que $g(1) = 5$ y $\int_0^1 g(t)dt = 2$, además se define f como
$$f(x) = \frac{1}{2} \int_0^x (x-t)^2 g(t) dt.$$
   Determine una expresión para $f'(x)$ en función de $\int_0^x g(t)dt$ y $\int_0^x tg(t)dt$ y calcule numéricamente los valores de $f''(1)$ y $f'''(1)$.