

OPTICA NO LINEAL

≤ 1960 : OPTICA LÍNEAL :

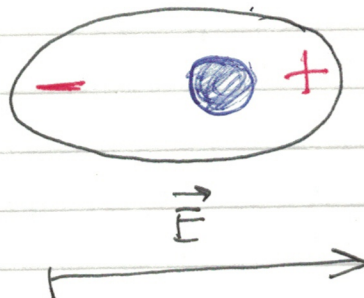
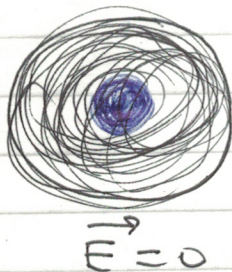
- Props. ópticas (índice refracción, coefic. absorción) son independiente de la intensidad de luz
- Vale el P. de superposición
- Frecuencia de la luz no es alterada al atravesar un medio
- luz no interactúa con luz

> 1960 : invención del láser → observar fenómenos ópticos con luz ^{coherente} e mayor intensidad:

- Props. ópticas cambian con la intensidad de la luz.
- P. de superposición no válido
- Frecuencia cambia al atravesar un medio ($\omega \rightarrow 2\omega$)
- 2 haces de luz interactúan dentro de un medio $\Rightarrow$ luz puede controlar luz.

"Linealidad" > "no-linealidad" > una propiedad del MEDIO.

Medio óptico: conjunto de moléculas, en
modelado como una nube elect-
rica, encerrada sobre núcleos positivos.

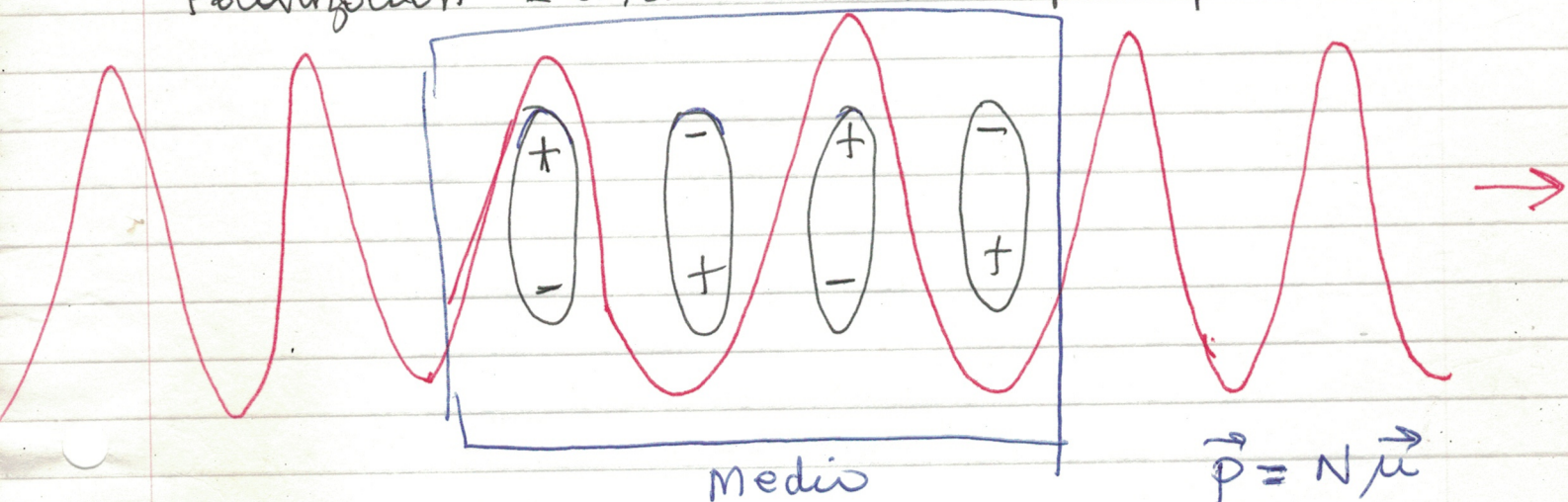


separación de
carga original
momento
dipolo $\vec{p}$

análogo mecánico:

sistema masa-resorte.

Polarización $\vec{P}(\vec{r}, t)$: momento dipolo por u. de volumen



En general, $\vec{P}(\vec{r}, t) = F(\vec{E}(\vec{r}, t))$

Si $\vec{P}(\vec{r}, t) \propto \vec{E}(\vec{r}, t)$

ie. $\vec{P} = \alpha \vec{E}$

optica lineal

susceptibilidad
(lineal)

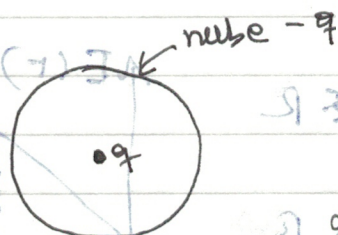
analogo mecánico: modelo Lorentz: $F = eE$

$\mu = ex$, si $F = kx$ (Hooke)

$\Rightarrow kx = eE \Rightarrow x = eE/k$

$\Rightarrow \mu = \frac{e^2}{k} E \Rightarrow P = \left(\frac{Ne^2}{k} \right) E = \chi^{(1)} = \frac{Ne^2}{k}$

Ejemplo:



$P(r) = Ae^{-r/r_0}$

$-q = A \int P(r) dr = 4\pi A \int_0^\infty r^2 e^{-r/r_0} dr = 4\pi r_0^3 A \int_0^\infty x^2 e^{-x} dx$

$-q = 8\pi r_0^3 A \Rightarrow A = \frac{-q}{8\pi r_0^3}$

Aplicamos $\vec{E}$ de. y suponemos



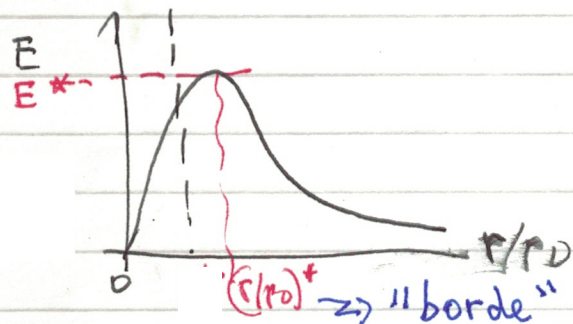
En la nueva situación de equilibrio, $qE = qQ_{enc}$

$Q_{enc} = \int P(r) dr = 4\pi A \int_0^r r'^2 e^{-r'/r_0} dr' = 4\pi A r_0^3 \int_0^{r/r_0} s^2 e^{-s} ds$

$= 4\pi A r_0^3 \left\{ 2(1 - e^{-r/r_0}) - e^{-r/r_0} \left(\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 + 2\left(\frac{r}{r_0}\right) \right) \right\}$

$= -q \left[(1 - e^{-r/r_0}) - \frac{1}{2} e^{-r/r_0} \left(\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 + 2\left(\frac{r}{r_0}\right) \right) \right]$

$$E = -\frac{q}{r^2} \left[1 - e^{-r/r_0} - \left(\frac{r}{r_0}\right) e^{-r/r_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 e^{-r/r_0} \right] \rightarrow r = r(E)$$



para $r/r_0 \ll 1$,

$$E \approx -\frac{qr}{6r_0^3} + \frac{qr^2}{8r_0^4} + O(r^3)$$

¿qué pasa si el $E_{ext} > E^*$?
átomo no puede compensar y se "desarma" el estado

$$\Rightarrow r \approx \frac{6r_0^4}{q} E + \frac{27r_0^4 q r_0}{q^3} E^2 + \dots$$

$$\frac{r^*}{r_0} = 1.45$$

$$\frac{E}{E_0} = 0.085 \rightarrow q/r_0^2$$

$$r = \left(\frac{6r_0^3}{q}\right) E + \left(\frac{27r_0^5}{q^2}\right) E^2$$

$$\Rightarrow \boxed{p(E) \approx \underbrace{\frac{6er_0}{(q/r_0^2)}}_{\chi^{(1)}} E + \underbrace{\frac{27er_0}{(q/r_0^2)^2}}_{\chi^{(2)}} E^2}$$

En general, el $\vec{E}$ aplicado son pequeños en comparación con los campos interatómicos ($E_{atom} \sim e^2/a_0^2 \sim 2 \times 10^7 \frac{statV}{cm}$)
 $\Rightarrow$ se justifica una exp. en Taylor: $6 \times 10^{12} \left(\frac{V}{m}\right)$

$$\vec{P} = a\vec{E} + b\vec{E}^2 + c\vec{E}^3 + \dots$$

$$P_i = \sum_j \chi_{ij}^{(1)} E_j + \sum_{j,k} \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \sum_{j,k,l} \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots$$

$$\text{debe cumplirse: } \chi^{(3)} E^3 \ll \chi^{(2)} E^2 \ll \chi^{(1)} E$$

Interacción de radiación electromagnética con la materia

(1) cte. dieléctrica

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{P} = \alpha \vec{E} \rightarrow \vec{P} = N \vec{p} = N \alpha \vec{E} \equiv \epsilon_0 \chi \vec{E} \quad (1)$$

$\rightarrow$ polarizabilidad

$\downarrow$ susceptibilidad
electrica

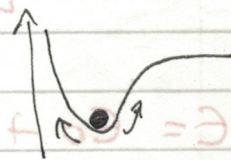
$$\Rightarrow \vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} \equiv \epsilon \vec{E}$$

$$\text{cte. dieléctrica} \quad \epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi) = \epsilon_0 \left(1 + \frac{N \alpha}{\epsilon_0}\right)$$

$\downarrow$
cte. dieléctrica

$$\Rightarrow (\text{medio no magnético}) \quad n^2 = \frac{\epsilon \mu_0}{\epsilon_0 \mu_0} = 1 + \chi = 1 + \frac{N \alpha}{\epsilon_0} \quad (2)$$

(2) Modelo clásico del electron



$$m x'' + m \gamma x' + m \omega_0^2 x = -e E$$

$$E = E_0 e^{i \omega t}$$

Regimen estacionario $X(t) = x e^{i \omega t}$

$$\Rightarrow x = \frac{-e E_0}{m (\omega_0^2 - \omega^2 + i \gamma \omega)}$$

(después del transiente)

$$\Rightarrow p = -e x = \frac{e^2 E}{m (\omega_0^2 - \omega^2 + i \gamma \omega)}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{m (\omega_0^2 - \omega^2 + i \gamma \omega)} \quad (3)$$

$$\Rightarrow n^2 = 1 + \frac{N e^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2 + i \gamma \omega)}$$

$$\Rightarrow n \approx 1 + \frac{N e^2}{2 \epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2 + i \gamma \omega)} \quad (4)$$

interacción de los campos electromagnéticos con la materia

Más de una frecuencia resonante

{p_j} dipolos de tipo δ -eléctrico

$$p_j = N_j e x_j = \frac{e^2 E}{\omega_j^2 - \omega^2 + i \gamma_j \omega} = \frac{e^2 E}{D(\omega_j)}$$

$$P = \sum_j N_j p_j = \sum_j \frac{N_j e^2 E}{D(\omega_j)} = \underbrace{N \sum_j \frac{(N_j/N) e^2}{D(\omega_j)}}_a E$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \left[1 + \frac{N}{\epsilon_0} \sum_j \frac{(N_j/N) e^2}{\omega_j^2 - \omega^2 + i \gamma_j \omega} \right]$$

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{N e^2}{\epsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 + i \gamma_j \omega}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{N e^2}{m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 + i \gamma_j \omega}$$

(parte real de la susceptibilidad)

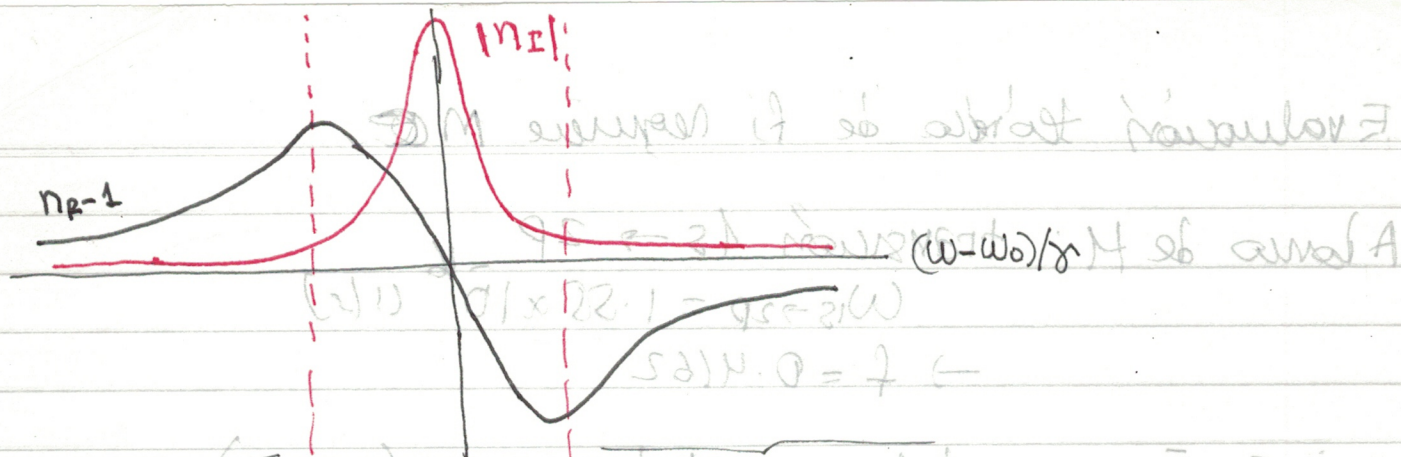
frecuencia de plasma

$$\epsilon = \epsilon_0 \left[1 + \frac{N e^2}{m \epsilon_0} \frac{1}{\omega_p^2 - \omega^2 + i \gamma \omega} \right]$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \left[1 - \frac{N e^2}{m \epsilon_0 (\omega_p^2 - \omega^2 + i \gamma \omega)} \right]$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \left[1 - \frac{N e^2}{m \epsilon_0 (\omega_p^2 - \omega^2 + i \gamma \omega)} \right]$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \left[1 - \frac{N e^2}{m \epsilon_0 (\omega_p^2 - \omega^2 + i \gamma \omega)} \right]$$



dispersión
"normal"

dispersión
"anómala"

dispersión
normal

absorción
significativa

Más de 1 frecuencia resonante

f_j : fracción de e^- con ω_j, γ_j (Resonancia Q.M.)

$$\Rightarrow n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 + i\gamma_j \omega}, \text{ donde } \sum_j f_j = Z$$

Metales $\rightarrow e^-$ libres $\Rightarrow \omega_0 = 0$ (no hay F^2 restablecedor)

$$n^2 = 1 - \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m(\omega^2 - i\gamma\omega)}$$

$$\approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (\gamma\omega \ll 1)$$

con $\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m}$ "frec. de plasma"

$\omega > \omega_p \rightarrow$ propagación libre

$\omega < \omega_p \rightarrow$ atenuación exponencial

Evaluación teórica de f_i requiere $M \otimes$

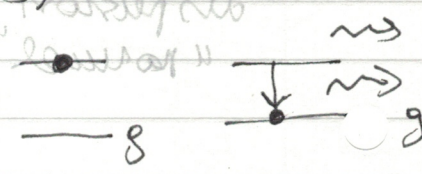
Átomo de H: transición $1s \rightarrow 2p$

$$\omega_{1s \rightarrow 2p} = 1.55 \times 10^{16} \text{ (Hz)}$$

$$\rightarrow f = 0.4162$$

Si $\exists \bar{e}$ en estados excitados $N \rightarrow (N_g - N_j)$

$$n^2 = 1 + \frac{e^2}{m\epsilon_0} \sum_j \frac{(N_g - N_j) f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 + i\gamma_j \omega}$$



sistema "invertido": $N_j > N_g \Rightarrow N_g - N_j < 0$

- $\Rightarrow$ amortiguamiento positivo
- $\rightarrow$ amplificación de energía e.m.

Se le denomina medio con ganancia
(base de la operación del LÁSER)

(para Cu, Au... $N \sim 10^{23}$ (1/cc))

$$\omega_p \sim 2 \times 10^{16} \text{ (Hz)}$$

$\Rightarrow \omega < \omega_p$ para visible e IR (reflexión total de e.m.)

$$\frac{\epsilon(\omega)}{\epsilon_0} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

$$\frac{\epsilon(\omega)}{\epsilon_0} = \frac{\epsilon_0}{m\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

← $\omega < \omega_p \rightarrow$ propagación libre
 $\omega > \omega_p \rightarrow$ reflexión total

H₂O: $n' \approx 0$, $N = 2.69 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$, $\omega_0 = 4\pi \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$

$\Rightarrow n = 1.333$

Dispersión e índice complejo

$$n = n' - i\kappa = 1 + \underbrace{\frac{Ne^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{2\epsilon_0 m[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2]}}_{\text{parte real}} - i \underbrace{\frac{Ne^2 \gamma \omega}{2\epsilon_0 m[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2]}}_{\text{- parte imaginaria}}$$

Conseguimos: $\vec{E} = \vec{A} e^{i(\omega t - k z)}$, $k = \frac{\omega}{c} n = \frac{2\pi}{\lambda} n$

$\Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} (n_r + i n_i)$

$\Rightarrow \vec{E} = \vec{A} e^{i(\omega t - \frac{2\pi n_r z}{\lambda})} e^{\frac{2\pi n_i z}{\lambda}}$


Atenuación de la onda

cerca de $\omega = \omega_0$,

$$n_r = 1 + \frac{Ne^2(\omega_0 - \omega)}{4\epsilon_0 m \omega_0 [(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2]}$$

$$n_i \approx \frac{-Ne^2 \gamma}{8\epsilon_0 m \omega_0 [(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2]}$$