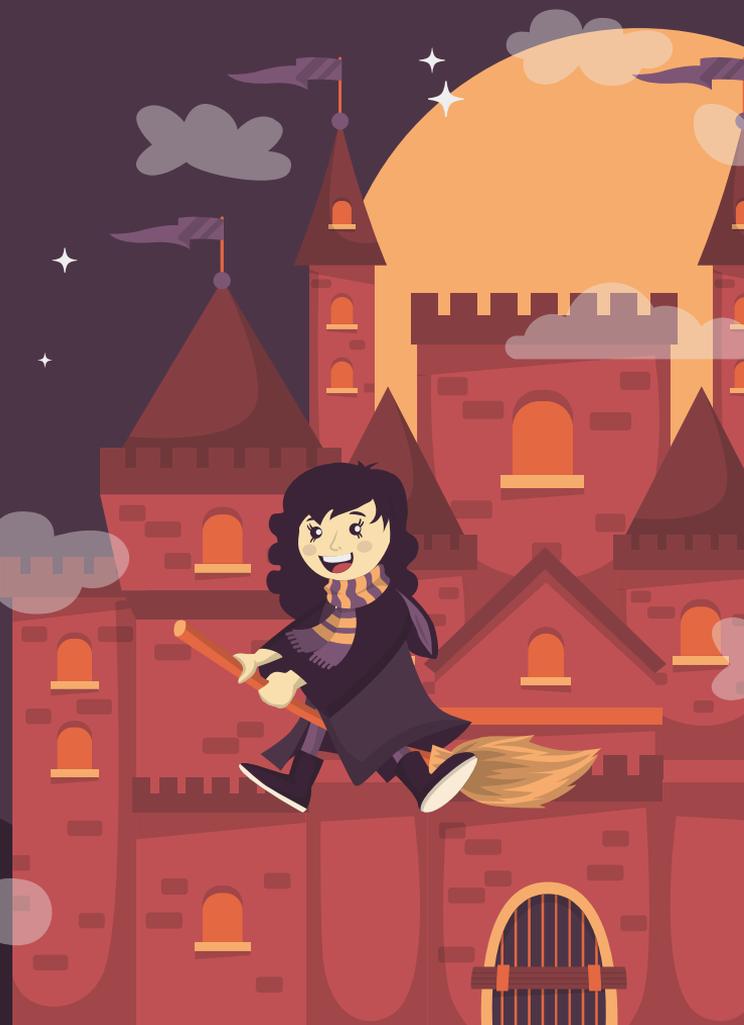


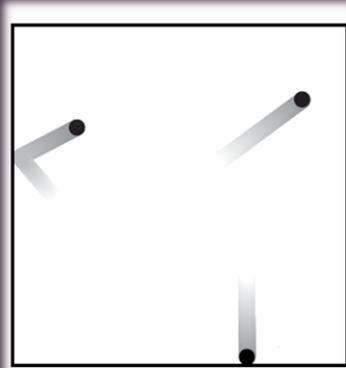
Ayudantía n°8
Ecuación de Van der
Waals y cambio de fase

David Olgún - Camila Ríos - Benjamín Uribe



En la ayudantía anterior...

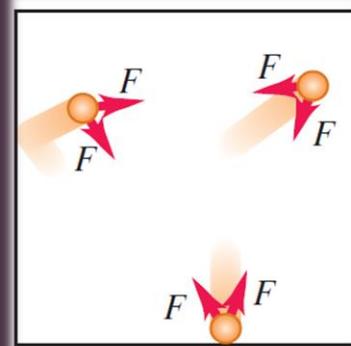
Modelo Idealizado de un gas



- Las moléculas de gas son infinitamente pequeñas (se desprecia su volumen).
- Las moléculas ejercen fuerza sobre las paredes del recipiente, pero no entre sí.

$$PV = nRT$$

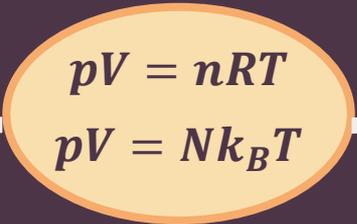
Modelo más realista de un gas



- No se desprecia el volumen de las moléculas, por lo que el volumen en donde se desplazan se reduce.
- Las moléculas ejercen fuerza sobre las paredes del recipiente y entre sí, lo que reduce la presión.

En la ayudantía anterior...

Ecuación de estado del gas ideal


$$pV = nRT$$
$$pV = Nk_B T$$

- “p” corresponde a presión.
- “V” corresponde a volumen.
- “T” corresponde a temperatura en Kelvin.
- “n” corresponde al número de moles.
- “N” corresponde al número de partículas.
- “R” corresponde a la constante de los gases ideales.

$$R = 8.3145 \left(\frac{J}{mol K} \right)$$

- “ k_B ” corresponde a la constante de Boltzmann.

$$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \left(\frac{J}{K} \right)$$

En la ayudantía anterior...

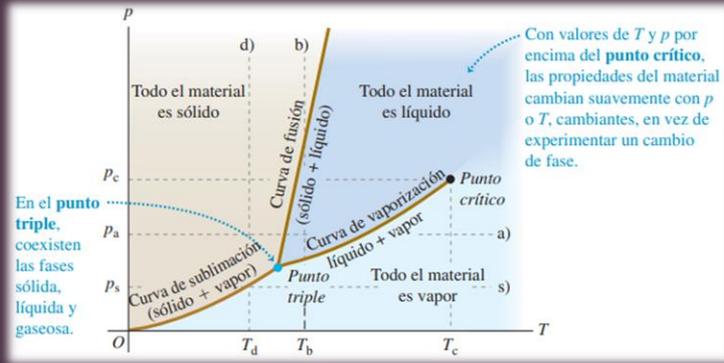
- “p” corresponde a presión.
- “V” corresponde a volumen.
- “T” corresponde a temperatura.
- “n” corresponde al número de moles.
- “N” corresponde al número de partículas.
- “R” corresponde a la constante de los gases ideales.
- “ k_B ” corresponde a la constante de Boltzmann.
- “a” es una constante dependiente de la fuerza de atracción entre moléculas.
- “b” es otra constante correspondiente al volumen de un mol de molécula del gas.

Ecuación de estado de Van der Waals

$$\left(p + a \frac{n^2}{V^2}\right) (V - nb) = nRT$$
$$\left(p + a \frac{N^2}{V^2}\right) (V - Nb) = Nk_B T$$

En la ayudantía anterior...

Transición de fase



- Tenemos un diagrama de presión-temperatura que muestra cómo las tres fases (sólido, líquido y vapor) pueden coexistir juntas en equilibrio térmico.
- Se puede observar como las curvas separan el diagrama en distintas zonas de sólido, líquido y gaseoso.
- **Punto triple:** En este punto, a una presión y temperatura específica (0.01°C y 610.62Pa) las 3 fases coexisten en equilibrio.
- **Punto crítico:** es aquel punto en el cual las densidades del líquido y del vapor son iguales.



EJERCICIOS

01

V_1
 V_2
 1 m^3 de aire a 27°C y 1 atm se comprime hasta un volumen de 5 litros a temperatura constante. Calcular la presión final empleando la ecuación de Van der Waals. $c \cdot R_2?$

Las constantes experimentales de la ecuación de Van der Waals para el aire son:

$$a = 1.33 \text{ atm} \left(\frac{\text{L}}{\text{mol}} \right)^2$$

$$b = 0.0366 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$$

Calcular la presión final empleando la ecuación de Van der Waals.

Datos entregados: $V_1 = 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$

$$T_1 = 27^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 300.15 \text{ K}$$

$$p_1 = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

$$V_2 = 5 \text{ L} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_2 = T_1 = 300.15 \text{ K}$$

$$R = 8.3145 \left(\frac{\text{J}}{\text{mol K}} \right) = 0.08206 \left(\frac{\text{L atm}}{\text{mol K}} \right)$$

$$a = 1.33 \left(\text{atm} \left(\frac{\text{L}}{\text{mol}} \right)^2 \right)$$

$$b = 0.0366 \left(\frac{\text{L}}{\text{mol}} \right)$$

Ecuación de Van der Waals

$$\left(p + a \frac{n^2}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$$

Como podemos observar, nos falta conocer el número de moles.

Para encontrarlo recurrimos a la ecuación de estado de los gases ideales.

$$pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT}$$



Calcular la presión final empleando la ecuación de Van der Waals.

Datos entregados: $V_1 = 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$

$$T_1 = 27^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 300.15 \text{ K}$$

$$p_1 = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

$$V_2 = 5 \text{ L} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_2 = T_1 = 300.15 \text{ K}$$

$$R = 8.3145 \left(\frac{\text{J}}{\text{mol K}} \right) = 0.08206 \left(\frac{\text{L atm}}{\text{mol K}} \right)$$

$$a = 1.33 \left(\text{atm} \left(\frac{\text{L}}{\text{mol}} \right)^2 \right)$$

$$b = 0.0366 \left(\frac{\text{L}}{\text{mol}} \right)$$

Ecuación de Van der Waals

$$\left(p + a \frac{n^2}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$$

Reemplazamos los datos del estado inicial del gas en la ecuación para obtener el número de moles.

$$n = \frac{(1 \text{ atm})(1000 \text{ L})}{\left(0.08206 \frac{\text{L atm}}{\text{mol K}} \right) 300.15 \text{ K}} \Rightarrow n = 40.60 \text{ mol}$$



Calcular la presión final empleando la ecuación de Van der Waals.

Datos entregados: $V_1 = 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$

$$T_1 = 27^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 300.15 \text{ K}$$

$$p_1 = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

$$V_2 = 5 \text{ L} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_2 = T_1 = 300.15 \text{ K}$$

$$R = 8.3145 \left(\frac{\text{J}}{\text{mol K}} \right) = 0.08206 \left(\frac{\text{L atm}}{\text{mol K}} \right)$$

$$n = 40.60 \text{ mol}$$

$$a = 1.33 \left(\text{atm} \left(\frac{\text{L}}{\text{mol}} \right)^2 \right)$$

$$b = 0.0366 \left(\frac{\text{L}}{\text{mol}} \right)$$

Ecuación de Van der Waals

$$\left(p + a \frac{n^2}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$$



Ya que tenemos todos los datos solo nos queda despejar la presión de la ecuación de Van der Waals y reemplazar los datos finales, obteniendo así: *

$$\left(p + a \frac{n^2}{V^2} \right) (V - nb) = nRT \Rightarrow \left(p + a \frac{n^2}{V^2} \right) = \frac{nRT}{V - nb} \Rightarrow p = \frac{nRT}{V - nb} - a \frac{n^2}{V^2}$$

Calcular la presión final empleando la ecuación de Van der Waals.

Datos entregados: $V_1 = 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$

$$T_1 = 27^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 300.15 \text{ K}$$

$$p_1 = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

$$V_2 = 5 \text{ L} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_2 = T_1 = T = 300.15 \text{ K}$$

$$R = 8.3145 \left(\frac{\text{J}}{\text{mol K}} \right) = 0.08206 \left(\frac{\text{L atm}}{\text{mol K}} \right)$$

$$n = 40.60 \text{ mol}$$

Finalmente reemplazamos obteniendo:

$$p_2 = \frac{(40.60 \text{ mol}) \left(0.08206 \frac{\text{L atm}}{\text{mol K}} \right) (300.15 \text{ K})}{(5 \text{ L}) - \left[(40.60 \text{ mol}) \left(0.0366 \frac{\text{L}}{\text{mol}} \right) \right]} - \left(1.33 \text{ atm} \left(\frac{\text{L}}{\text{mol}} \right)^2 \right) \frac{(40.60 \text{ mol})^2}{(5 \text{ L})^2}$$

$$P_2 = 196.88 \text{ atm} = 19948866 \text{ Pa}$$

$$a = 1.33 \left(\text{atm} \left(\frac{\text{L}}{\text{mol}} \right)^2 \right)$$

$$b = 0.0366 \left(\frac{\text{L}}{\text{mol}} \right)$$

Ecuación de Van der Waals

$$\left(p + a \frac{n^2}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$$

$$\Rightarrow p_2 = \frac{nRT}{V_2 - nb} - a \frac{n^2}{V_2^2}$$

02

Hallar el volumen de 1 mol de NH_3 a una presión de 100 atm ($1.013 \times 10^7 \text{ Pa}$) y una temperatura de 300 K . utilice la ecuación de Van der Waals.

$$p \rightarrow a = 4.17 \left(\frac{\text{atm L}^2}{\text{mol}^2} \right)$$

$$V \rightarrow b = 0.0371 \left(\frac{\text{L}}{\text{mol}} \right)$$

$$R = 0.08205 \left(\frac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \right)$$



ENCONTRAR EL VOLUMEN UTILIZANDO LA ECUACIÓN DE VAN DER WAALS

Como nos solicitan explícitamente usar la ecuación de Van der Waals haremos caso.

$$\left(p + a \frac{n^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

A partir de esta ecuación vamos a ir despejando el volumen.

$$pV - pnb + aV \frac{n^2}{V^2} - anb \frac{n^2}{V^2} = nRT$$

multiplicamos a ambos lados por V^2 tal que:

$$pV^3 - pnbV^2 + aVn^2 - abn^3 = nRTV^2$$
$$\Rightarrow pV^3 - pnbV^2 + aVn^2 - abn^3 - nRTV^2 = 0$$



$$V \neq 0$$
$$V > 0$$

ENCONTRAR EL VOLUMEN UTILIZANDO LA ECUACIÓN DE VAN DER WAALS

Factorizamos los términos multiplicados por V^2 obteniendo:

$$V^3 p - V^2(pnb + nRT) + Van^2 - abn^3 = 0$$

Como podemos observar, estamos en presencia de una ecuación de 3er grado, por lo que, reemplazamos los valores otorgados en el enunciado para obtener su forma final.

$$(100 \text{ atm})V^3 - V^2 \left[(100 \text{ atm})(1 \text{ mol}) \left(0.0371 \frac{\text{L}}{\text{mol}} \right) + (1 \text{ mol}) \left(0.08205 \frac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \right) (300 \text{ K}) \right] + V \left(4.17 \frac{\text{atm L}^2}{\text{mol}^2} \right) (1 \text{ mol})^2 - \left(4.17 \frac{\text{atm L}^2}{\text{mol}^2} \right) \left(0.0371 \frac{\text{L}}{\text{mol}} \right) (1 \text{ mol})^3 = 0$$

$$\Rightarrow (100 \text{ atm})V^3 - (28.33 \text{ atm L})V^2 + (4.17 \text{ atm L}^2)V - 0.15(\text{atm L}^3) = 0$$



ENCONTRAR EL VOLUMEN UTILIZANDO LA ECUACIÓN DE VAN DER WAALS

$$(100 \text{ atm})V^3 - (28.33 \text{ (atm L)})V^2 + (4.17 \text{ (atm L}^2\text{)})V - 0.15 \text{ (atm L}^3\text{)} = 0$$

Para encontrar las soluciones de esta ecuación recurrimos a una calculadora, obteniendo así:

$$V_1 = 0.052 \text{ L}$$

$$V_2 = 0.116 \text{ L} + 0.128i$$

$$V_3 = 0.116 \text{ L} - 0.128i$$

Como V_2 y V_3 son imaginarias las descartamos, obteniendo así que el volumen de 1 mol de amoníaco a una presión de 100 atm y a 300 K es de aproximadamente 0.052 L.

¿Cómo lo resolverían ustedes?



An illustration of a young witch with long brown hair, wearing a purple hat and dress with yellow stars, flying on a broomstick. The background is a dark night sky with white stars, grey clouds, and three red birds in flight. Below the sky is a landscape with brown mountains, dark green pine trees, and orange hills. In the top right corner, there is a large orange circle containing the number '03'.

03

La atmósfera de Marte es de 95.3% dióxido de carbono (CO_2) y cerca del 0.03% vapor de agua. La presión atmosférica es de sólo 600 Pa, y la temperatura superficial varía entre -30°C y -100°C . Los casquetes de hielo polar contienen CO_2 sólido y agua sólida.

¿Podría haber CO_2 líquido en la superficie de Marte? ¿Y agua líquida? ¿Por qué?

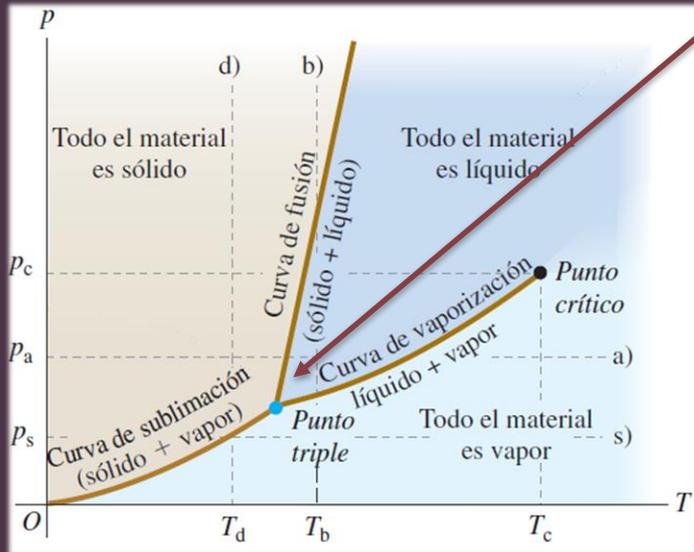
Solución: Diagramas de fase

Datos entregados:

$$p_{\text{atmosférica}} = 600 \text{ Pa}$$

$$-100^\circ\text{C} < T < -30^\circ\text{C}$$

Nos damos cuenta que por debajo del punto triple, no existe materia en estado líquido.



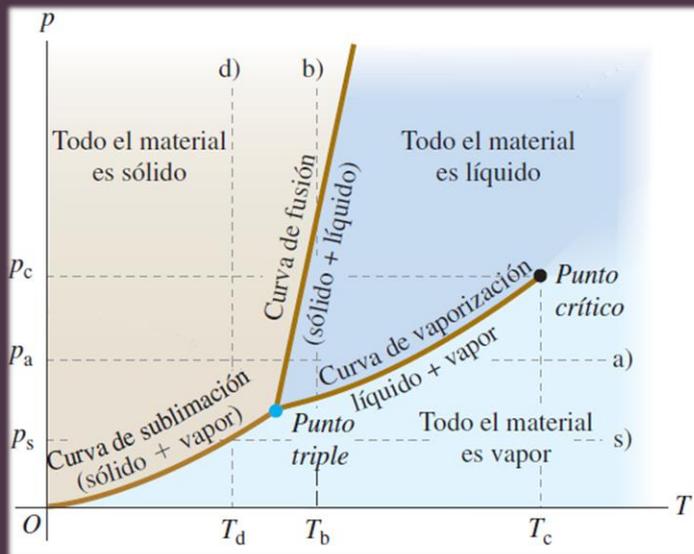
Sustancia	Temperatura (K)	Presión (Pa)
Hidrógeno	13.80	0.0704×10^5
Deuterio	18.63	0.171×10^5
Neón	24.56	0.432×10^5
Nitrógeno	63.18	0.125×10^5
Oxígeno	54.36	0.00152×10^5
Amoniaco	195.40	0.0607×10^5
Dióxido de carbono	216.55	5.17×10^5
Dióxido de azufre	197.68	0.00167×10^5
Agua	273.16	0.00610×10^5

Solución: Diagramas de fase

Datos entregados:

$$P = 600 \text{ Pa} = 0.006 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$173 \text{ K} < T < 243 \text{ K}$$



Con la información entregada, ¿Qué podemos decir respecto a los estados del agua y CO_2 en Marte?

Respuesta: No hay agua ni dióxido de carbono en estado líquido en Marte.

Sustancia	Temperatura (K)	Presión (Pa)
Hidrógeno	13.80	0.0704×10^5
Deuterio	18.63	0.171×10^5
Neón	24.56	0.432×10^5
Nitrógeno	63.18	0.125×10^5
Oxígeno	54.36	0.00152×10^5
Amoniaco	195.40	0.0607×10^5
Dióxido de carbono	216.55	5.17×10^5
Dióxido de azufre	197.68	0.00167×10^5
Agua	273.16	0.00610×10^5

Muchas gracias por su
atención!

¡Nos vemos en la próxima ayudantía!

