Teorema de edos de 2do orden lineales homogenas

jueves, 29 de octubre de 2020 12:56

Teo) Si y_1 e y_2 $\in C^1(\Omega)$ son soluciones l.i de $(*)$ $y'' + P_1(x) y' + P_2(x) y = 0$

$\Rightarrow$ $W(x) \neq 0$ $\forall x \in \Omega$.

Dem: Recuerdo ① $\exists$ $c_1, c_2 \neq 0$ tq

$$A_1 c_1 + A_2 c_2 = 0$$
$$B_1 c_1 + B_2 c_2 = 0$$

$\Longleftrightarrow$ $\begin{vmatrix} A_1 & A_2 \\ B_1 & B_2 \end{vmatrix} = 0$

② $y_1, y_2 \in C^1(\Omega)$ son l.i si

$c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x) = 0$ $\forall x \in \Omega$

$\Rightarrow c_1 = c_2 = 0.$

Dem $\exists\, x_0 \in \Omega$ tq $W(x_0) = 0$

Por Rec (1) $\Rightarrow \exists\, c_1, c_2 \neq 0$ tq $\begin{cases} c_1 y_1(x_0) + c_2 y_2(x_0) = 0 \\ c_1 y_1'(x_0) + c_2 y_2'(x_0) = 0 \end{cases}$

Además, sabemos que $y = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x)$ $\forall x \in \Omega$ tq $y(x_0) = 0$ y $y'(x_0) = 0$ también es solución de $(*)$

$\Rightarrow \quad y(x) \equiv 0$

$\Rightarrow \quad c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x) = 0 \quad \forall x \in \Omega$

$\Rightarrow \quad c_1 = c_2 = 0 \quad$ $\times$

$\therefore \quad W(x) = 0 \quad \forall x \in \Omega$