Mezcla y circuito

miércoles, 30 de septiembre de 2020 15:56

Seguimos con Aplicaciones de EDOs lineal de primer orden.

(5) Mezcla: Para un recipiente con cierta capacidad, donde entra salmuera y sale salmuera con cierta velocidad, la ecuación diferencial de mezcla calcula la cantidad de sal en el recipiente para un tiempo. La EDO es:

$$A'(t) = E'_{salmuera} - S'_{salmuera}$$

donde $A(t)$ = cantidad de sal en el recipiente

$E'_{salmuera}$ = Razón de entrada de salmuera y $S'_{salmuera}$ = Razón de salida de salmuera

Además $E' = \ldots F'$

$$L_{salmuera} = L_{sal} \cdot L_{sal}$$

donde C_{sal} = Concentración de sal

E'_{sal} = Razón de entrada de s

y

$$S'_{salmuera} = \frac{S'_{sal} \cdot A(t)}{Cap + (E'_{sal} - S'_{sal})}$$

donde S'_{sal} = razón de salida de sal

Cap = capacidad del estanque

obs: El volumen de lo q' hay en el e

$$\boxed{V(t) = Cap + (E'_{sal} - S'_{sal})}$$

Así, la EDO que modela la cantidad de sal en un estanque, donde entra y sale

$$A'(t) = E'_{sal} \cdot C_{sal} - \frac{S'_{sal} \cdot A(t)}{Cap + (E'_{sal} - S'_{sal}}$$

Ej: ① Un tanque contenía inicialmente galones de una solución de Sal y Al tanque entra y sale Sal porque se bom una solución a un flujo de 3 gal/min mezcla con la solución original y del tanque con un flujo de 3 gal/ La concentración de la solución entrante 2 lb/gal. A partir de estos datos, había 50 lb de sal disuelta en 300 galones inicialmente ¿Cuánta habrá en el tanque pasando mucho

Datos: EDO Mezcla: $A' = E'_{sal} \cdot C$

$E'_{sal} = 3\,[gal/min]$

$S_{sal} = 3$ [gal/min]

$C_{sal} = 2\left[{}^{lb}/_{gal}\right]$

$C_{ap} = 300$ [gal]

$A(0) = 50$

~~$\lim_{t \to \infty} A(t) = ?$~~

Reemplazando, tenemos: $A'(t) = 3 \cdot 2 - \frac{3}{30}$

$$\boxed{A'(t) = 6 - \frac{A(t)}{100}}$$

$$A' = P(x) A$$
$$A = e^{\int P dx}$$

Pa leibniz,

$$A(t) = e^{\int -\frac{1}{100} dt} \left[\int e^{\int \frac{1}{100} dt} \cdot 6 \, dt + \right.$$

$$A(t) = e^{-t/100} \left[6 \int e^{t/100} dt + c \right]$$

$$A(t) = e^{t/100}\left[600\, e^{t/100} + C\right]$$

$$A(t) = 600 + C\, e^{-t/100}$$

$$A(0) = 50 = 600 + C \cdot e^{-0/100} \Rightarrow \boxed{C =}$$

Así, la concentración de sal en el tanque e

$$A(t) = 600 - 550\, e^{-t/100}$$

$$\lim_{t \to \infty}\left(600 - 550\, e^{-t/100}\right) = 600$$

(2) Un tanque de ~~200 [lt] de capacidad~~ lleno de una solución salina que 60 [Kg] de sal. En $t=0$ se al simultáneamente una llave de entrada una llave de salida B. Por A ent

solución con concentración $\frac{1}{10}$ [kg/lt]
fluyen de 5 [lt/seg] y por B sal
solución a flujo de 10 [lt/seg].
Determine el tiempo que tarda
tanque en quedar vacío.

Datos:

$$E'_{sal} = 5 \, [l/s]$$

$$S'_{sal} = 10 \, [l/s]$$

$$C_{sal} = \frac{1}{10} \, [kg/l]$$

$$Cap = 200 \, [l]$$

$$A(0) = 60 \, [kg]$$

$$\boxed{A' = E'_{sal} \cdot C_{sal} - \frac{S'_{sal} \cdot A}{Cap + (E'_{sal} - S'_{sal})t}}$$

$$A'(t) = 5 \cdot \frac{1}{10} - \frac{10\,A(t)}{200 + \underbrace{(5-10)}_{-5}t}$$

$$A'(t) = \frac{1}{2} - \frac{2\,A(t)}{}$$

$$2 \qquad \overline{40-t}$$

El tiempo que tarda el tanque en quedar vacío es cuando el volumen es 0, $V(t)=0$, donde

$$V(t) = Cap + (E'_{sal} - S'_{sal})$$

$$\Rightarrow \quad 40 - t = 0$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{t = 40}$$

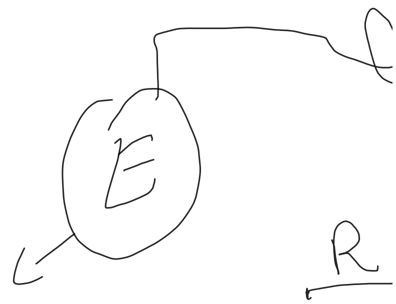
Tarda 40 seg en quedar vacío

6 circuitos | Hay do

para circuitos.

1°) Circuito LR) Circuito

y un resistor (R)



Acumulador

EDOCLR)

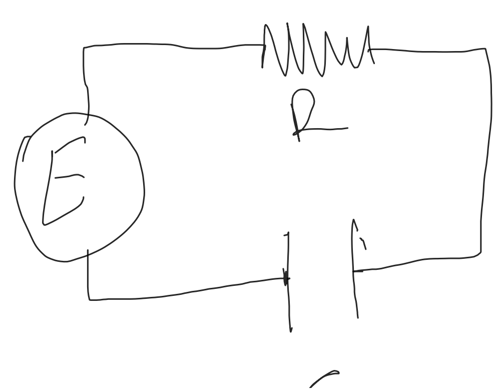
$$\boxed{L\frac{di}{dt} + Ri}$$

L = inductor, R = resistor, E =

i(t) = corriente que varía con el

2°) circuito RC) Circuito

Capacitor:



EDO CRC

$$\boxed{R\frac{dq}{dt}+\frac{1}{C}}$$

donde R = resistor , C = capacitor , E

q es total que $i(t)=dq/dt$

Ex ① Un acumulador de 12

Conecta a un circuito en

con una inductancia de $\frac{1}{2}$ [hen

una resistencia de 10 [oh

la corriente i , si la corrie

Datos : $E = 12$ F

EDO C LR

$$\boxed{L\frac{di}{dt} + Ri = E}$$

$L = \frac{1}{2}$

$R = 10$

$i(0) = 0$

Entonces, la EDO del C LR e

$$\frac{1}{2}\frac{di}{dt} + 10i = 1$$

$$i'(t) + 20i = 2$$

$$\boxed{i'(t) = 24 - 2}$$

Usando cambio, resolvemos (2

$$i(t) = e^{\int -20\,dt}\left[\int e\right.$$

$$i(t) = e^{-20t}\left[24\int e^{20t}\,dt\right.$$

$$i(t) = e^{-20t}\left[\frac{\cancel{24}^{6}}{\cancel{20}_{5}} e^{20t} + C\right.$$

$$i(t) = \frac{6}{5} + C e^{-20t}$$

$$i(0) = 0 = \frac{6}{5} + C$$

$$\Rightarrow \boxed{C = -6/5}$$

$$Asi \quad i(t) = \frac{6}{5} - \frac{6}{5} e^{-}$$

$$i(t) = \frac{\cdot}{5} - \frac{\cdot}{5}$$

↳ Esta es la corriente circuito LR.

obs// Debido a que la E
LR tiene una E constante es:

$$L\frac{di}{dt} + Ri = E$$

$$\Rightarrow \quad \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i +$$

$$e^{-\int \frac{R}{L}dt}\left[\int e^{\int R/L\, dt}\right.$$

$$\Rightarrow i(t) = e \quad L]$$

$$\Rightarrow i(t) = e^{-\frac{R}{L}t}\left[\frac{E}{L} e^{R/L\, t}\right.$$

$$\Rightarrow i(t) = e^{-R/L \cdot t}\left[\frac{E}{\cancel{L}} \cdot \frac{\cancel{L}}{R} e^{R/L}\right.$$

$$\Rightarrow \boxed{i(t) = \frac{E}{R} + c\, e^{-\frac{R}{L} \cdot t}}$$

En el ejercicio $E = 12$,

$$\Rightarrow i(t) = \frac{12}{10} + c\, e^{-\frac{10}{1/2}}$$

$$\boxed{i(t) = 6 + c\, e^{-20t}}$$