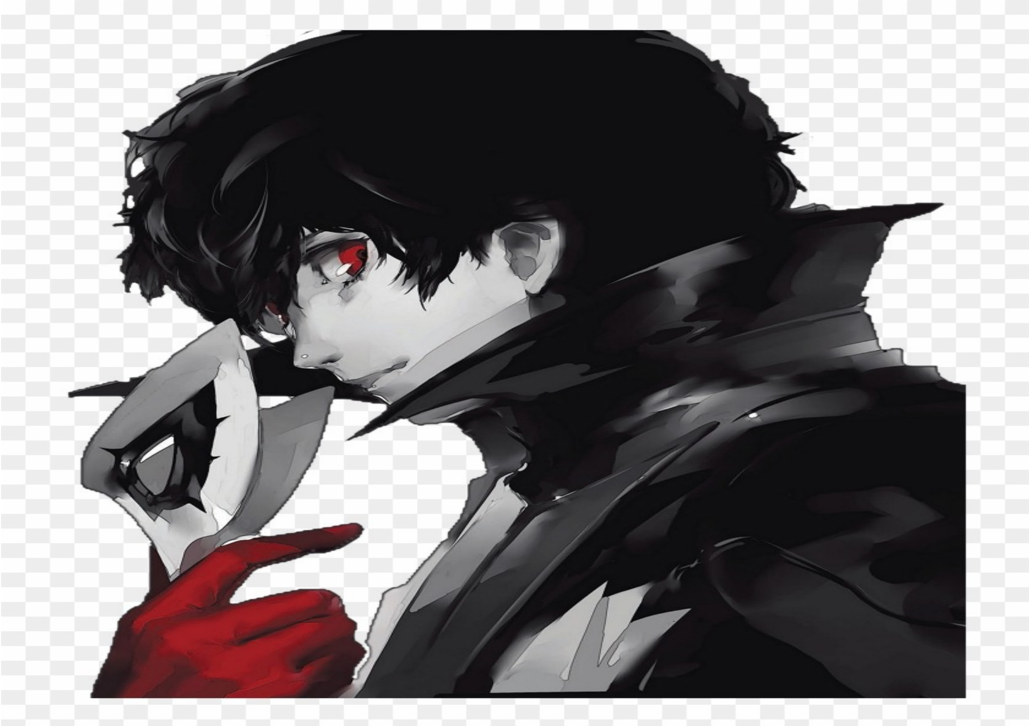
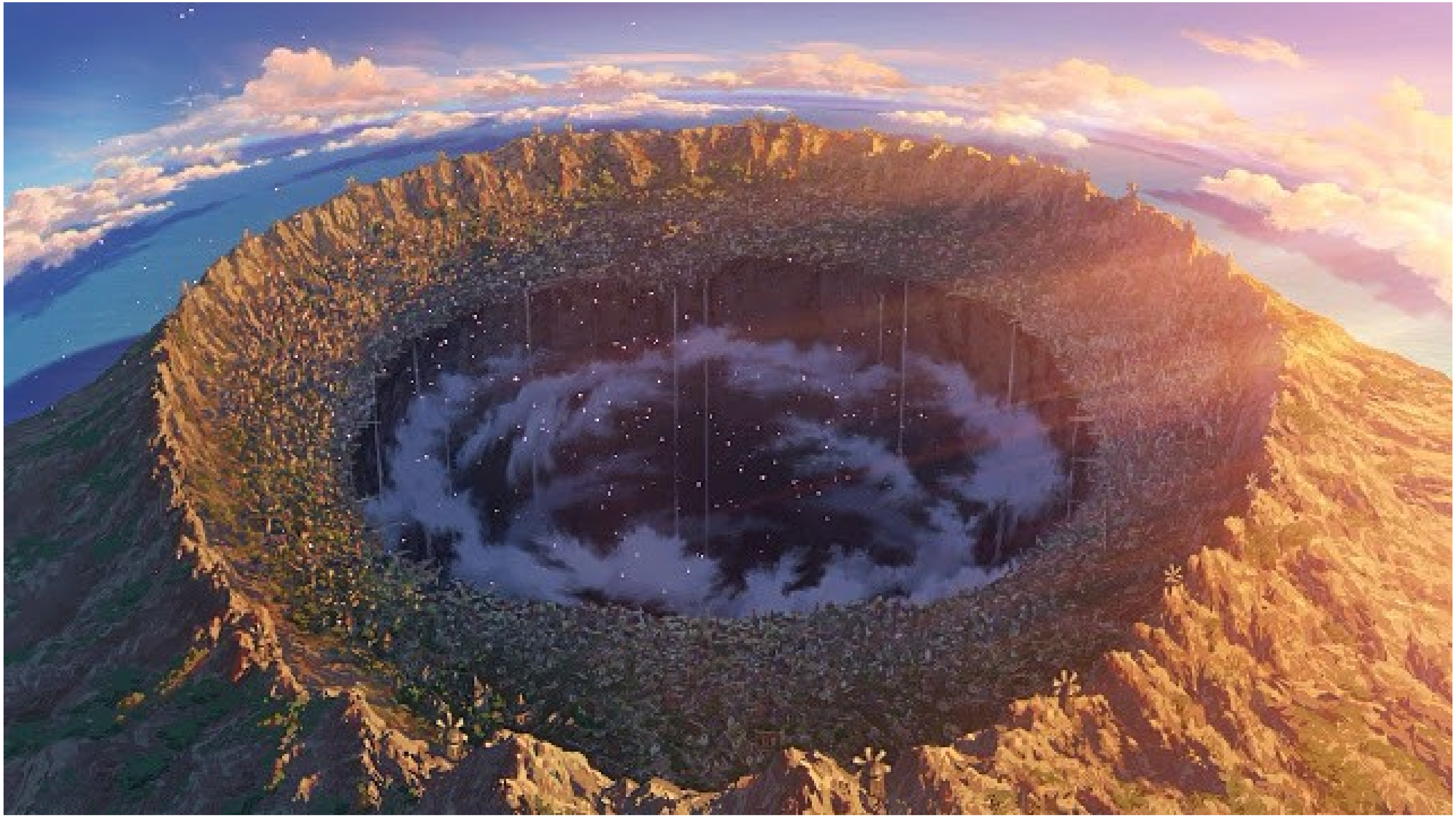
Presentación



Ayudante: Camilo Andrés Lagos Vasquez

Actividad



$$Y' = Y + 5$$

$$Y' = \frac{(x+1)Y + 10t}{Y^2 + 1}$$

$$Y' = \frac{(x+1)Y}{Y^2+1}$$

$$\boxed{e^x}$$

Problema 1

Resuelva el problema del valor inicial.

$$X'(t) = \left(3t^2 + 2t\right) X(t) = f(t, X)$$

$$X(t_0) = y_0$$

Paso 1: Probar que tiene solución

$t \in R$

$$\partial_X f(t, X) = 3t^2 + 2t$$

$D \in R$

Es continua en R^2, por lo tanto el PVI tiene solucion unica

Resolviendo por separacion de variables:

$$\int \frac{dX}{X} = \int \left(3t^2 + 2t\right) dt$$

Paso 2: Obtener Solución General

Integrando la expresion anterior

$$\ln(X) = \boxed{t^3 + t^2 + C}$$

Despejando X

$$X(t) = Ae^{t^3+t^2}$$

$e^{\ln(x)} = e^{t^3 + t^2 + C}$

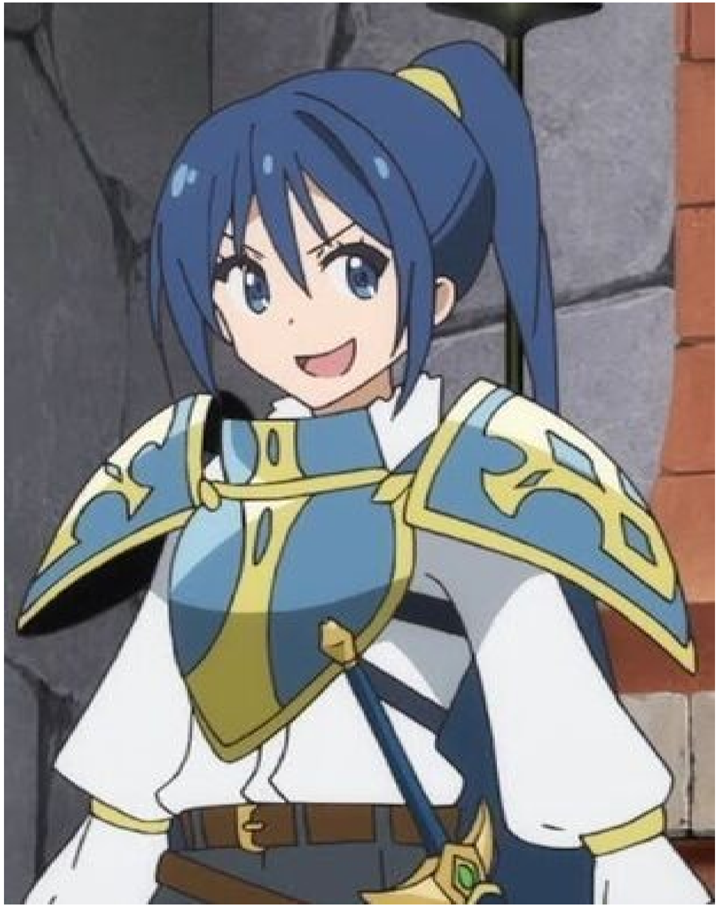
Paso 3: Condición Inicial

$$\boxed{y_0 = X(t_0) = Ae^{t_0^3 + t_0^2}}$$

Despejando A y reemplazandolo en la solucion general

$$\boxed{X(t) = y_0 e^{t^3 - t_0^3 + t^2 - t_0^2}}$$

Preguntas



$$\frac{dx}{dt} = h(x)\, g(t)$$

$$\frac{dx}{h(x)} = g(t)\,dt$$

$$X'' = 5X$$

$$e^{\sqrt{5}t}$$

$$Z = X' \qquad Z' = 5X$$

Problema 2

Use el esquema de iteracion de picard para resolver el PVI

$$X' = aX + b$$

$$X(0) = x_0$$

$$u_n(T) = x_0 + \int_0^T f(s, u_{n-1}(s))ds$$

Paso 1: Calcular iteraciones

$f(t, x)$ $\int \int ds = ¿?$

$$u_0 = x_0$$

$$u_1 = x_0 + \int_0^T (ax_0 + b)\,ds = x_0 + ax_0T + bT \quad = u(T)$$

$$u_2 = x_0 + \int_0^T [a(x_0 + ax_0s + bs) + b]\,ds = \boxed{x_0 + ax_0T + \frac{1}{2}a^2x_0T^2 + bT + \frac{1}{2}abT^2}$$

$$u_3 = x_0 + ax_0T + \frac{1}{2}a^2x_0T^2 + \frac{1}{6}a^3x_0T^3 + bT + \frac{1}{2}abT^2 + \frac{1}{6}a^2bT^3$$

Paso 2: Escribir iteración enésima

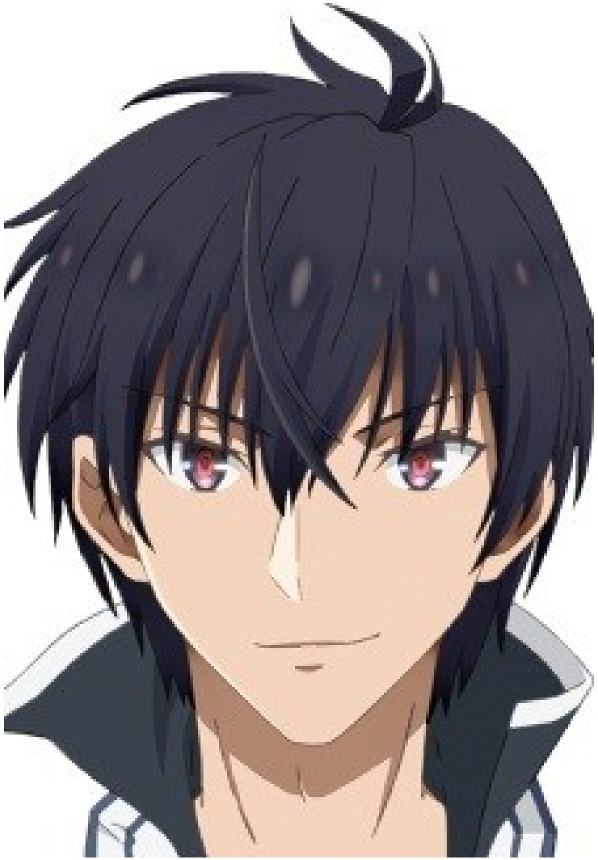
$$u_n = x_0 \sum_{i=0}^{n} \frac{(aT)^i}{i!} + \frac{b}{a} \sum_{i=0}^{n} \frac{(aT)^i}{i!} - \cancel{\frac{a}{b}} \quad \frac{b}{a}$$

$$= Ae^{at}$$

$$u_n \xrightarrow{n\to\infty} \left(x_0 + \frac{b}{a}\right) e^{at} - \frac{b}{a} \qquad Ae^{at}$$

Por lo que se pudo encontrar la solucion al PVI

Dudas



Problema 3

Determine el dominio D de la siguiente ecuacion diferencial

$$X'(t) = \boxed{\frac{t^3 \cancel{X}}{t^2 + X^2 - 1}} = f(t, X)$$

Existe solucion unica al PVI en todo D ?

Paso 1: Determinar D

Los unicos puntos donde $f(t, X)$ se indefine, son los que cumplen:

$$t^2 + X^2 = 1$$

Por lo tanto, el dominio donde la ecuacion esta bien definida es

$$D = \{(t, X) : t^2 + X^2 \neq 1\}$$

$-1 < t^2 - x^2 < 1$

$\boxed{t^2 - x^2 = 1}$

$t^2 > 1$

Paso 2: Verificar unicidad

Para tener un intervalo de t valido, se tiene que cumplir que

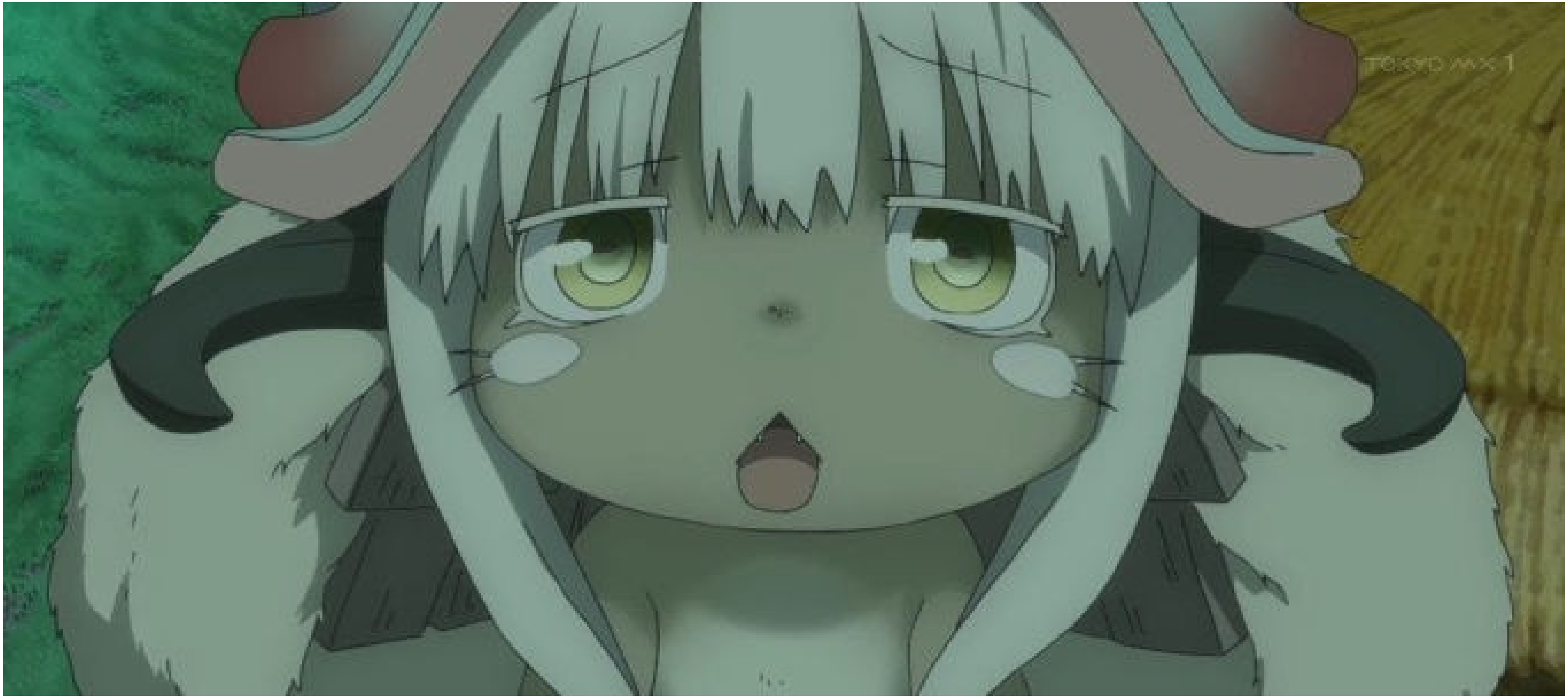
$|t|>1$ Bajo esa condicion, $X(t)$ puede tomar cualquier valor real, por lo que esta bien definida

$$\boxed{\partial_X f(t,X)=\frac{t^5+t^3X^2-t^3-2t^3X^2}{(t^2+X^2-1)^2}}$$

Como la derivada parcial es continua en $(1,\infty^+)$

y en $(\infty^-,-1)$, se tienen soluciones unicas al PVI en cada uno de estos intervalos

Preguntas



Ejercicios propuestos