



## Tarea N°2

### Instrucciones

- Tiene plazo para entregar la tarea hasta el viernes 30 de Octubre a las 23:59 hrs.
- La tarea es individual.
- Formato de entrega en Pdf.
- Las tareas deben ser enviadas a los correos de sus respectivos ayudantes.

1. Encuentre el número de elementos del grupo cíclico indicado a continuación:

- a) El subgrupo cíclico de  $\mathbb{Z}/30\mathbb{Z}$  generado por 25.
- b) El subgrupo cíclico de  $\mathbb{Z}/42\mathbb{Z}$  generado por 30.
- c) El subgrupo cíclico de  $C^*$  (son los complejos no nulos) con la multiplicación, generado por  $i$ .
- d) El subgrupo cíclico de  $C^*$  con la multiplicación, generado por  $(1+i)/\sqrt{2}$ .

2. Muestre que el grupo de simetrías del cuadrado  $D_4$  es subgrupo del grupo de simetrías del cubo  $S_4$ . Además, encuentre otros 4 subgrupos de  $S_4$ .

3. Sea  $G$  un grupo finito y  $x \in G$ . Si  $x^n = 1$  y  $x^m = 1$ , con  $n, m \in \mathbb{Z}$ , demuestre que  $x^{\text{mcd}(n, m)} = 1$ . Además, muestre que si  $x^n = 1$  para algún  $n \in \mathbb{Z}$ , entonces  $|x|$  divide a  $n$ ; donde  $|x|$  denota al orden de  $x$ , es decir, al menor entero positivo que satisface que  $x^{|x|} = 1$ .

*Ayuda:* Recuerde que si  $n, m \in \mathbb{Z}$  entonces existen  $r$  y  $q$  enteros no nulos tal que  $\text{mcd}(n, m) = rn + qm$ . Use el algoritmo de la división para lo último.