

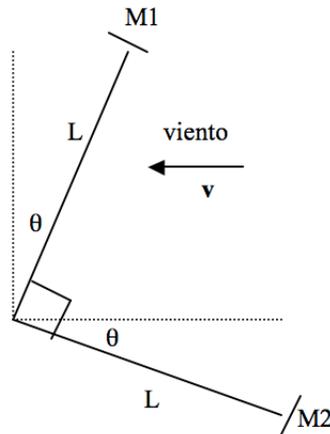
Profesor: M. I. Molina

Ayudante: C. Aravena

## Física contemporanea: Guía para la miniprueba #2

1. Considere el experimento de Michelson para el caso donde los brazos del interferómetro forman un ángulo  $\theta$ , como muestra la figura. Demuestre que, para brazos del mismo largo  $L$ , la diferencia de tiempo para los dos caminos se puede aproximar de forma muy precisa como

$$\Delta t(\theta) = \frac{v^2 L}{c^3} \cos(2\theta)$$



2. Una fuente de luz se aleja de un observador con una velocidad  $v_s$ , la cual es pequeña comparada con  $c$ .  
(a) Demuestre que el corrimiento fraccional en la longitud de onda medida, está dada aproximadamente por

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{v_s}{c}$$

Este resultado se conoce como “corrimiento al rojo”.

- (b) Mediciones espectroscópicas de la luz de  $\lambda = 397 \text{ nm}$  desde una galaxia en la Osa Mayor, revela un corrimiento al rojo de  $20 \text{ nm}$ . Cuál es la velocidad con que retrocede la galaxia?
3. Una partícula de masa  $m$  moviéndose a lo largo del eje  $x$  con velocidad  $+u$  colisiona frontalmente y queda adherida a una partícula de masa  $m/3$  moviéndose a lo largo del eje  $x$  con velocidad  $-u$ . Cuál es la masa y la velocidad de la partícula resultante?
4. Dos naves espaciales A y B se mueven en direcciones opuestas. Si un observador en la Tierra mide que la velocidad de A es  $0.75c$ , y que la velocidad de B es de  $0.85c$ , encuentre la velocidad de B con respecto a A.

5. Una barra de longitud  $L_0$  se mueve con velocidad  $v$  a lo largo de la dirección  $x$ . La barra hace un ángulo  $\theta_0$ , con respecto al eje  $x$  del sistema en reposo con la barra.
- (a) Muestre que la longitud de la barra medida por un observador estacionario está dada por  $L = L_0[1 - (v/c)^2 \cos^2(\theta_0)]^{1/2}$ .
- (b) Muestre que el ángulo que la barra hace con el eje  $x$  del sistema estacionario es  $\tan(\theta) = \gamma \tan(\theta_0)$ .
- Estos resultados muestran que la barra está contraída y rotada a la vez.
6. Una fuente de luz se aleja de un observador con una velocidad  $v_s$ , la cual es pequeña comparada con  $c$ .
- (a) Demuestre que el corrimiento fraccional en la longitud de onda medida, está dada aproximadamente por

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{v_s}{c}$$

Este resultado se conoce como “corrimiento al rojo”.

- (b) Mediciones espectroscópicas de la luz de  $\lambda = 397 \text{ nm}$  desde una galaxia en la Osa Mayor, revela un corrimiento al rojo de  $20 \text{ nm}$ . Cuál es la velocidad con que retrocede la galaxia?
7. Un astronauta orbita la Tierra a una distancia radial de  $7 \times 10^6 \text{ m}$  (desde el centro) por una semana. Cuanto más joven será que su hermano mellizo, cuando aterrice? (desprecie la rotación de la Tierra y otros efectos gravitacionales).
8. Un viajero espacial acelera continuamente a razón de  $9.8 \text{ m/s}^2$  en su sistema de reposo instantáneo. Si parte en reposo desde la Tierra, qué tan lejos ha viajado cuando en la Tierra haya transcurrido un tiempo  $t$ ? Cuanto le demora alcanzar una velocidad de  $c/2$ ?
9. Demuestre que las ecuaciones de Maxwell para la propagación de ondas electromagnéticas son invariantes de Lorentz.
10. Una partícula de masa en reposo  $M_0$  está en reposo en el laboratorio, cuando decae en tres partículas idénticas cada una de masa  $m_0$ . La primera partícula sale con velocidad  $(4/5)c$  en la dirección  $-\mathbf{x}$ ; la segunda partícula sale en la dirección  $-\mathbf{y}$  con velocidad  $(3/5)c$ .
- (a) Calcule la dirección (con respecto al eje  $\mathbf{x}$ ) y la velocidad de la tercera partícula.
- (b) Encuentre el cociente  $M_0/m_0$ .
11. Demuestre que los siguientes procesos son imposibles:
- (a) Un solo fotón choca contra un electrón estacionario y le transfiere toda su energía.
- (b) Un solo fotón en el vacío es transformado en un electrón más un positrón.
- (c) Un positrón rápido y un electrón estacionario se aniquilan mutuamente, produciendo un solo fotón.
12. Considere el decaimiento de un núcleo radiactivo en reposo por emisión de partículas alfa



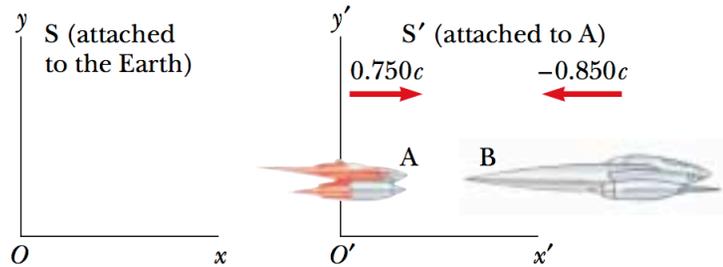
Definimos la energía de desintegración  $Q$  como  $Q \equiv (M_X - M_Y - M_\alpha)c^2$ . Esta energía debe ser compartida entre la partícula alfa y el núcleo  $Y$  con el objeto de conservar

la energía y el momento del proceso de decaimiento. Encuentre una expresión para la energía cinética  $K_\alpha$  en términos de  $Q$  y las masas en reposo de los núcleos. A partir de lo anterior, halle  $K_\alpha$  en el límite no-relativista.

13. Un fotón de energía  $E$  viajando en la dirección  $+x$  colisiona elásticamente con un electrón de masa  $m$  moviéndose en la dirección opuesta. Después de la colisión, el fotón se mueve a lo largo de la dirección  $-x$  con la misma energía  $E$ .
- (a) Demuestre que los momentos iniciales y finales del electrón son iguales y opuestos y de magnitud  $E/c$ .
- (b) En base a lo anterior demuestre que la velocidad del electrón es

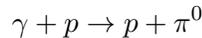
$$v/c = (1 + (mc^2/E)^2)^{-1/2} \quad (2)$$

14. Dos naves espaciales A y B se mueven en direcciones opuestas, como lo muestra la figura. Un observador en la Tierra mide que la velocidad de la nave A es de  $0.750c$ , y que la velocidad de la nave B es de  $0.850c$ . Encuentre la velocidad de la nave B, medida desde la nave A.



15. Una partícula de masa  $M$  decae en vuelo en dos partículas  $m_1$  y  $m_2$ .  $m_1$  tiene momentum  $p_1$  y energía total  $E_1$ , mientras que  $m_2$  tiene momentum  $p_2$  y energía total  $E_2$ .  $p_1$  y  $p_2$  hacen un ángulo  $\theta$ .
- Utilizando la información que la cantidad  $E^2 - c^2|\vec{p}|^2$  es un invariante relativista, demuestre que  $E_1E_2 - p_1p_2 \cos(\theta)$  es un invariante, y calcule el valor de tal invariante.

16. Un rayo gamma interactúa con un protón estacionario y produce un pión neutral de acuerdo al esquema:



Calcule la energía umbral dado  $M_p = 940 \text{ MeV}$  y  $M_\pi = 135 \text{ MeV}$ .

17. Un objeto se desintegra en dos fragmentos. Uno de los fragmentos tiene una masa de  $1.0 \text{ MeV}/c^2$  y un momentum de  $1.75 \text{ MeV}/c$  en la dirección  $x$  positivo. El otro fragmento tiene una masa  $1.5 \text{ MeV}/c^2$  y un momentum de  $2.0 \text{ MeV}/c$  en la dirección  $y$  positivo. Hallar (a) La masa (b) la velocidad del objeto original.
18. Imagine que todo el Sol colapsara a una esfera de radio  $R_g$ , de modo que el trabajo requerido para remover una pequeña masa  $m$  desde la superficie sea igual a su energía en reposo,  $mc^2$ . este radio se llama el "radio gravitatorio" del Sol. Encuentre  $R_g$ .
19. Una partícula de masa  $m$  moviéndose a lo largo del eje  $x$  con velocidad  $+u$  colisiona frontalmente y queda adherida a una partícula de masa  $m/3$  moviéndose a lo largo del eje  $x$  con velocidad  $-u$ . Cuál es la masa de la partícula resultante?

20. Un rayo gama (onda electromagnética de alta frecuencia) se comporta en colisiones como una partícula de masa en reposo cero. Un rayo gama puede chocar contra un electrón y desaparecer, y su energía usada para crear un electrón y un positrón, cada uno de masa  $m_e$ . Demuestre que si el electrón original está en reposo, este proceso requiere que el rayo gama posea una energía de al menos  $4m_e c^2$ .
21. Una partícula de carga eléctrica  $q$  se mueve con velocidad  $u$  a lo largo del eje  $x$  en presencia de un campo eléctrico uniforme  $E$ , también dirigido a lo largo de  $x$ .
- (a) Demuestre que la aceleración de la partícula está dada por

$$a = \frac{du}{dt} = \frac{qE}{m} \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2}$$

- (b) Encuentre la velocidad de la partícula para todo instante  $t$ , y muestre que es siempre menor a la velocidad de la luz.
- (c) Encuentre la posición de la partícula para todo instante  $t$ , suponiendo que parte del reposo en  $t = 0$ .
22. Una partícula de masa en reposo  $m_1$  y velocidad  $v_1$  colisiona con una partícula de masa en reposo  $m_2$  y ambas partículas se funden en una. Encuentre la masa  $M$  y la velocidad  $V$  de la partícula compuesta en términos de  $m_1, m_2$  y  $v_1$ .