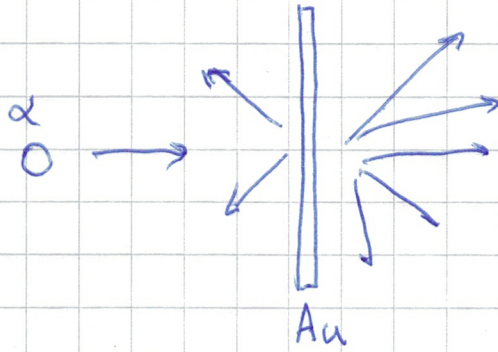
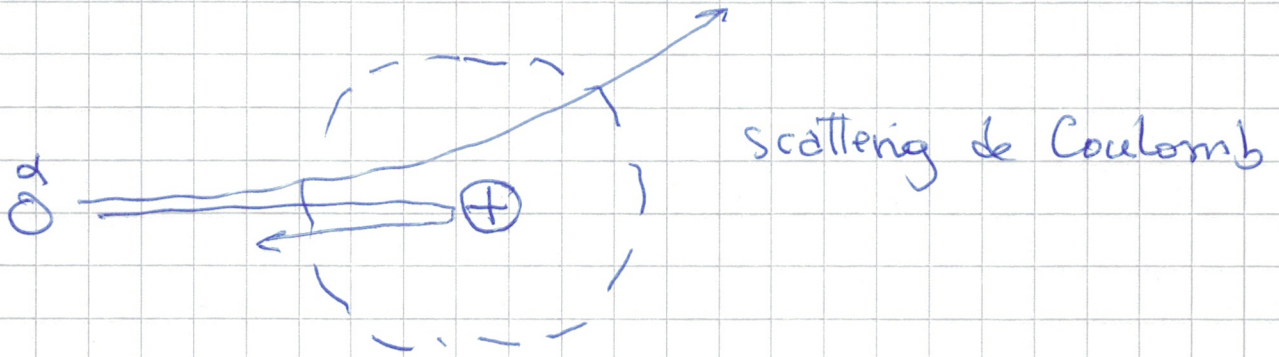
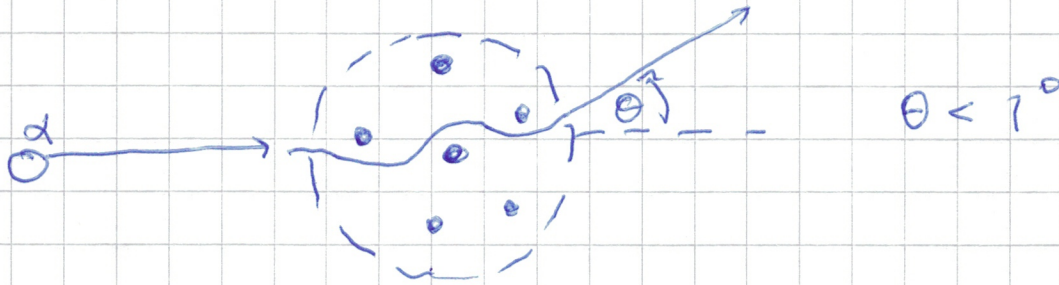


Rutherford

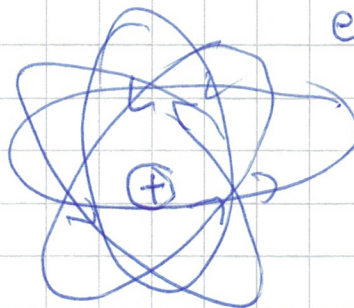


No puede ser explicado con el modelo de Thompson



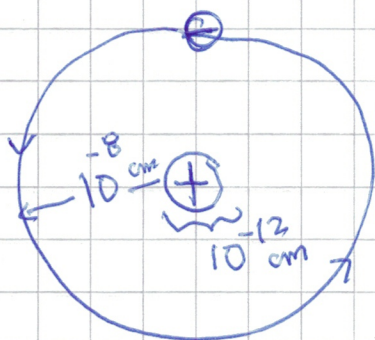
$$r_d = \frac{k q \alpha Q}{(1/2) m \alpha v^2} \sim 10^{-14} \text{ m (Ae)}$$

e^- en órbita



↓
no es posible

H:



Modelo de Rutherford

→ De acuerdo con Newton

→ En contradicción con Maxwell

$$\frac{dw}{dt} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} a^2$$

(Jackson)

potencia
irradiada

Orbita circular: $F_{\text{cent}} = F_{\text{Coulomb}}$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{+e^2}{r^2} \Rightarrow mv^2 = \frac{+e^2}{r}$$

$$\text{y } a = v^2/r = \frac{+e^2}{mr^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dW}{dt} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(\frac{e^2}{mr^2} \right)^2 = \frac{2e^6}{3c^3 m^2 r^4} \quad (1)$$

$$\text{Energía: } E = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{e^2}{r} = -\frac{e^2}{2r}$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = \frac{e^2}{2r^2} \frac{dr}{dt} \quad (2)$$

Cons. de Energía: $\Rightarrow 0 = \frac{dW}{dt} + \frac{dE}{dt}$

$$\frac{2e^6}{3c^3 m^2 r^4} = -\frac{e^2}{2r^2} \frac{dr}{dt} \Rightarrow dt = \frac{3c^3 m^2 r^4 (-e^2) dr}{4e^6 r^2}$$

$$dt = \frac{-3c^3 m^2}{4e^4} r^2 dr \quad / \quad \int_{r=0}^{r=0}$$

$$a_0 = 0.529 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

$$\tau = \frac{m^2 c^3 a_0^3}{4e^4} \sim 10^{-11} \text{ [s]}$$

Modelo de Bohr

1. 3 órbitas (estacionarias) que no irradian
2. El átomo irradia cuando el e- cambia de órbita
 $h\nu = \Delta E = E_n - E_{n-1}$ (órbitas vecinas)

3. Para $n \rightarrow \infty$, la frec. de la radiación debe coincidir con la clásica (P. de correspondencia).

$$3 \Rightarrow \hbar \omega = \frac{E_n - E_{n-1}}{n - (n-1)} \rightarrow \frac{dE(n)}{dn} = \hbar \bar{\omega} = \hbar \frac{v}{r} \quad \swarrow \text{frec. clásica}$$

$$\text{y como } mv^2 = \frac{e^2}{r} \Rightarrow r = e^2 / mv^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{\omega} = \frac{mv^3}{e^2}}$$

$$\text{luego, } \frac{dE}{dn} = \hbar \bar{\omega} = \frac{\hbar mv^3}{e^2} = \frac{\hbar m}{e^2} \left(\frac{-2E}{m} \right)^{3/2} =$$

$$\Rightarrow (-E)^{-3/2} dE = \frac{\hbar}{e^2} \sqrt{\frac{8}{m}} dn \quad / \int$$

$$-2E^{-1/2} = \frac{\hbar}{e^2} \sqrt{\frac{8}{m}} n \Rightarrow E_n = - \left(\frac{me^4}{2\hbar^2} \right) \frac{1}{n^2} = - \frac{R_y}{n^2}$$

$$\boxed{E_n = - \frac{R_y}{n^2}}$$

$$n = 1, 2, \dots$$

$$\text{luego } R_y = \frac{me^4}{2\hbar^2} = \frac{e^2}{2a_0} \approx 13.6 \text{ [eV]}$$

$$\text{luego } a_0 \equiv \hbar^2 / m = 0.53 \times 10^{-8} \text{ [m]} \text{ "radio de Bohr"}$$

$$r_n = \frac{-e^2}{2E_n} = \frac{-e^2}{2(-R_y)} = n^2 a_0$$

$$\boxed{r_n = n^2 a_0}$$

Al cambiar un e^- de la órbita n_2 a la n_1 , se emite un fotón

$$DE = \underbrace{h\nu}_{\frac{hc}{\lambda}} = R_y \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{R_y}{hc} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

En otros palabras, $\boxed{\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)}$ Explica todas las series conocidas

$$\text{con } R \equiv \frac{R_y}{hc} = \frac{me^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{hc} = \frac{\pi me^4}{\hbar^3 c} = 1.09486 \times 10^7 [\text{m}^{-1}]$$

Momento angular : $L = r p = \frac{e^2}{mv^2} \cdot mv = \frac{e^2}{v} = \sqrt{\frac{-m}{2E}} \cdot e^2$

$$= \sqrt{\frac{\hbar^2 n^2}{e^4}} \cdot e^2 = n\hbar$$

$$\boxed{L_n = n\hbar}$$

(cuantización del momento angular)

la hipótesis de Louis de Broglie

Relatividad $\Rightarrow E = pc$ (un)

Planck $\cdot E = h\nu$

$$pc = h\nu \Rightarrow p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{para la luz}$$

1924: Broglie $\rightarrow p = \frac{h}{\lambda}$ válida también para partículas de materia.

$$\Rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$$

1925: Davisson & Germer descubren efectos de difracción de electrones, cuando e^- de 40 (ev) inciden sobre un monocristal de níquel.

1937: Stern & Frisch obs. difracción de átomos de He sobre cristales de fluoruro de Litio.

Más sobre de Broglie

Luz: $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$
 $E = pc$

$$\Rightarrow pc = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$$

materia: por ej, $\lambda = \frac{hc}{E}$ que es igual a $\frac{h}{p}$ sólo
para la luz.

$\downarrow$
 $mc^2 = h\nu \leftarrow \text{internal frequency of "algo"}$

"desplazamiento" mec. a esta "vibración" $\Rightarrow$

$$\psi = A \sin(2\pi\nu t)$$

En otros sist. coord. donde la partícula se mueve a
veloc. v :

$$t = \frac{t' - x'v/c^2}{(1 - (v/c)^2)^{1/2}}$$

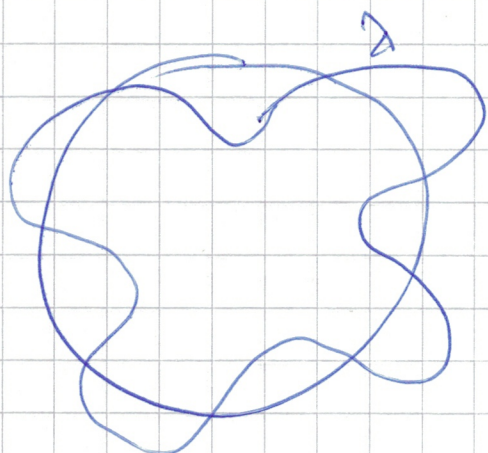
$$\psi = A \sin\left(2\pi\nu\left(\frac{t' - x'v/c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}\right)\right)$$

pero queremos $\psi = A \sin\left[2\pi\left(\frac{t'}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right)\right]$ $\leftarrow$ onda sinusoidal
viajera

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu v/c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, \text{ pero } \nu = mc^2/h$$

$$\Rightarrow \frac{h}{\lambda} = \frac{mv}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = p \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{h}{p}} \text{ es consistente con la relatividad}$$

El Atomo de H segun De Broglie



Interferencia constructiva:

$$2\pi R = n\lambda, \text{ con } \lambda = h/p$$

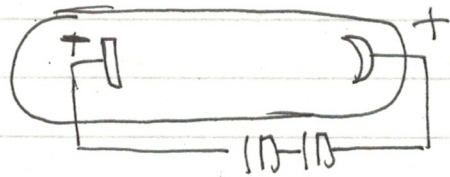
$$\frac{mv^2}{R} = \frac{eZe}{R^2} \Rightarrow (mv)^2 = \frac{Ze^2 m}{R} \quad (1)$$

$$\text{de } 2\pi R = n\lambda = \frac{nh}{p} = \frac{nh}{mv} \Rightarrow R = \frac{nh}{mv} \quad (2)$$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{n^2 h^2}{(mv)^2} = \frac{n^2 h^2}{mZe^2} \Rightarrow R = \frac{n^2 h^2}{mZe^2} \quad (3)$$

$$\text{Por otro lado, } E = -\frac{Ze^2}{2R} \Rightarrow E_n = -\frac{mZe^4}{2h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (4)$$

Rayos X : Descubiertos por W.K. Röntgen en 1895



- (a) los rayos X se producen cuando los rayos catódicos chocan contra una superficie sólida
- (b) los rayos X no son deflectados por campos $\vec{B}$.
- (c) El paso de rayos X a través de un gas, incrementa la conductividad eléctrica del gas.
- (d) las emulsiones fotográficas son sensibles a los rayos
- (e) los rayos no son refractados apreciablemente por su paso a través de la materia.

Aplicación [linexperiado] : Fotografía de los huesos del cuerpo humano

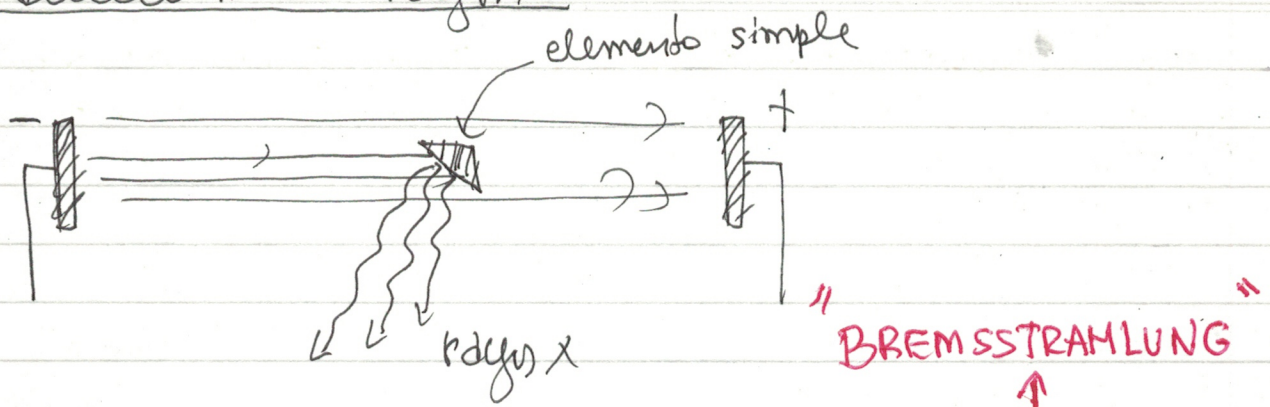
Ver la ley = rayos X son difractados por cristales

⇒ ondas

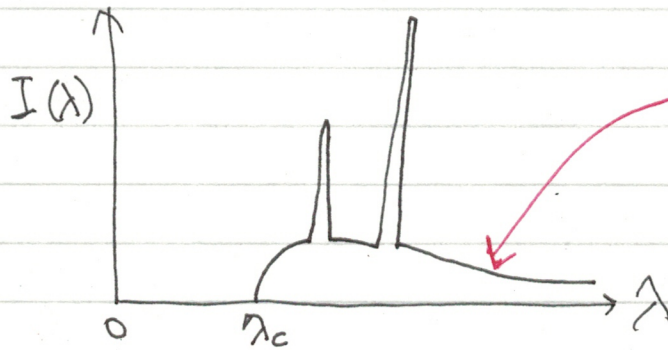


Figura 3. Radiografía de la mano de Anna Roentgen.

Producción de rayos X:



Espectro:

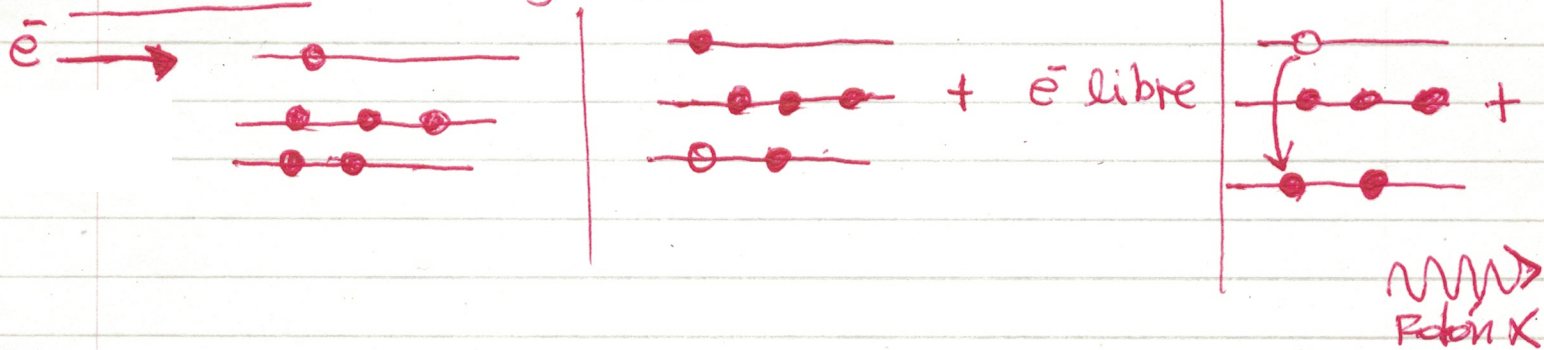


Max. energía fotón: $E_{\max} = h\nu_c = \frac{hc}{\lambda_c} = eV$

$$\Rightarrow \lambda_c = \frac{hc}{eV}$$

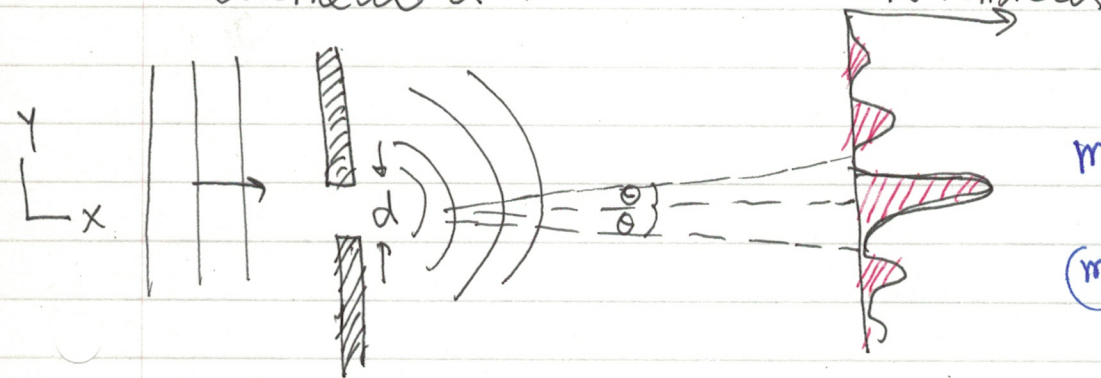
para $V = 12.400 \text{ [V]} \Rightarrow \lambda_c \approx 1 \text{ \AA}$

MECANISMO (Moseley, 1913) (usando teor. de Bohr)



Principio de incertezze

EJ: fotón con momento p incidente sobre rendija de diámetro d .



se cumple:

$$\frac{m\lambda}{d} = \sin\theta_m (+)$$

$$(m+\frac{1}{2})\frac{\lambda}{d} = \sin\theta_m (-)$$

Fotón cruza rendija $\Rightarrow$ medición coord y del fotón, con error $\Delta y = d/2$

Antes de cruzar $P_y = 0$; después adquiere $\Delta P_y \approx p \sin\theta$

$$\Rightarrow \Delta y \Delta P_y \approx \frac{d}{2} \cdot p \sin\theta = \frac{dh \sin\theta}{2\lambda} = \frac{h}{2} \quad (2)$$

EJ2: e^- localizada en una zona de dimensiones atómicas
 $\Delta x \sim a_0 = 0.5 \text{ \AA}$

$$\Delta v = \frac{\Delta p}{m_e} = O\left(\frac{h}{m_e \Delta x}\right) = \frac{1.054 \times 10^{-27}}{9.1 \times 10^{-28} \times 0.5 \times 10^{-8}} = 2000 \text{ [km/s]}$$

del orden de la veloc. promedio de un e^- atómica

Protón localizado en una zona de dim. atómicas:

$$\Delta v_p = O\left(\frac{1}{2000} \Delta v_e\right) = 1 \text{ [km/s]}$$

e^- loc. en zona de dim. nucleares. $\Delta x \sim 10^{-12} \text{ cm}$



$$d \sim 10^{-12} \text{ cm}$$

$$v = e^2/d, \quad K = \frac{p^2}{2m_0} \sim \frac{h^2}{2m_0 \lambda^2}$$

$$\Delta v \sim O(10^{12}) \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

De acuerdo a de Broglie, para el partícula con momento bien def. p , $\lambda = \frac{h}{p}$

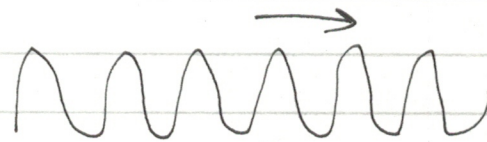
$$\psi = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t\right) = A \sin(kx - \omega t)$$

$$E = \hbar\omega = \frac{h}{2\pi}\omega = h\nu$$

$$= A \sin \left(\frac{2\pi Px}{h} - \frac{2\pi Et}{h} \right)$$

$$\omega = \frac{E_{271}}{h}$$

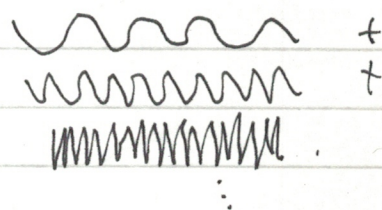
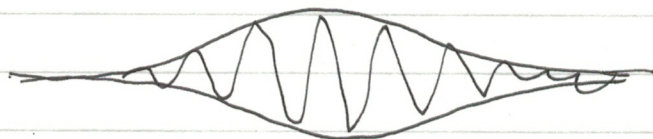
$$\psi(x,t) = A \sin \left[\frac{p}{\hbar} x - \frac{E}{\hbar} t \right]$$



on le minimise

clave /- no represente un partícolo "razonable"

→ neurons onder mus localizados.



→ se recouvrent superposent un # de ordres places ∞ ,
contenant divers p.

si el "tamaño" espacial del pulso es Δx , el orden de p s necesario será DP , donde

$\Delta X \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ (de la tho. quel. de Fourier)