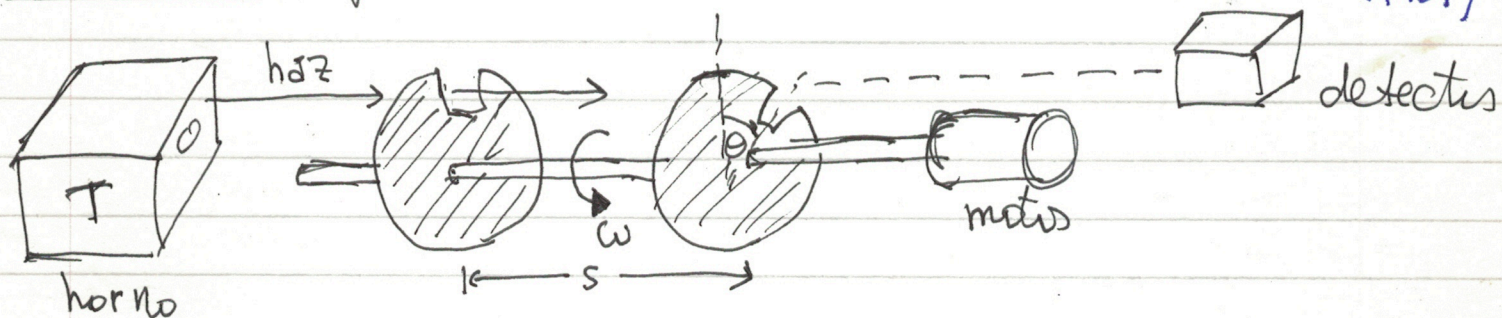


computador experimental (J.F. Zartman, 1931) ~~PR~~ PR 37,383-39 (1931)



para w dado, sólo pasan al detector aquellas moléculas que cumplen: $t = \frac{S}{v} = \frac{\theta}{w}$

$\Rightarrow v = \frac{S\theta}{w}$. Variando w y θ , se puede medir directamente el # de moléculas en un trazo de v dado.
Los resultados concuerdan con **M-B**

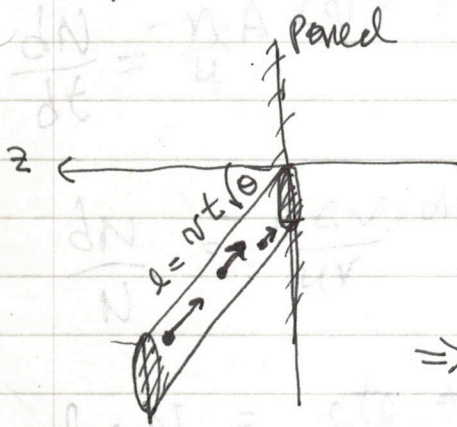
Ejercicio: Todo **M-B** calculus: como $f(\vec{v})$ de T :

(a) $\bar{v}$ (rapidez promedio) = $\sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$ ✓

(b) rapidez más probable v_{mp} ✓

(c) veloc. cuadrática media: $\sqrt{\overline{v^2}}$ ✓

Calcular la tasa de escape de moléculas desde una pequeña abertura de área A , en un contenedor.



$$\Delta N = n A v t \cos \theta f(\vec{v})$$

$$\frac{\Delta N}{A \Delta t} = n v \cos \theta f(\vec{v})$$

$$\Rightarrow \text{flux} = \int n v \cos \theta f(\vec{v}) d^3v$$

$$= n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \iiint e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^3 \cos \theta \sin \theta \, dv d\theta d\phi$$

$$= 2\pi n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \underbrace{\int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta \, d\theta}_{1/2} \underbrace{\int_0^{\infty} v^3 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \, dv}_{\frac{1}{2} \left(\frac{2m}{\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{kT}{m} \right)^2} = n \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{2m}{\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{kT}{m} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{kT}{m} \right)^{3/2} \sqrt{2\pi}$$

$$\frac{n}{4} \bar{v} \quad (12)$$



$$\frac{dN}{dt} = -\frac{nA}{4} \langle v \rangle = -\frac{NA}{4V} \langle v \rangle$$

$$\frac{dN}{N} = -\frac{A \langle v \rangle}{4V} dt$$

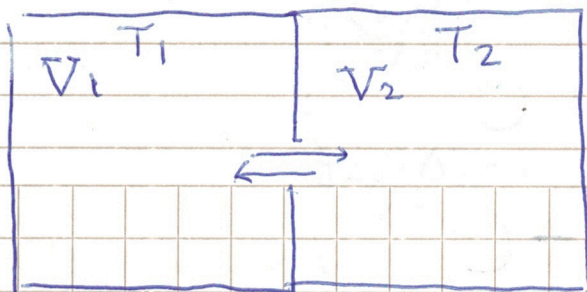
$$\ln N = \text{cte} - \frac{A \langle v \rangle}{4V} t$$

$$N = N(0) e^{-\frac{A \langle v \rangle}{4V} t}$$

$$P = P(0) e^{-\frac{A \langle v \rangle}{4V} t}$$

$$P = P(0) e^{-\frac{A}{V} \sqrt{\frac{KT}{2\pi m}} t}$$

Ej: calc. tiempo de vaciado.



$$\frac{dN_1}{dt} = A_1 \left(\frac{N_1}{V_1} \right) \frac{\langle v \rangle_1}{4} + A_2 \left(\frac{N_2}{V_2} \right) \frac{\langle v \rangle_2}{4}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_2 \left(\frac{N_2}{V_2} \right) \frac{\langle v \rangle_2}{4} + A_1 \left(\frac{N_1}{V_1} \right) \frac{\langle v \rangle_1}{4}$$

Sup: $A_1 = A_2$, $V_1 = V_2$ y $T_1 = T_2$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{N}_1 = -\alpha N_1 + \alpha N_2 \\ \dot{N}_2 = \alpha N_1 - \alpha N_2 \end{cases}$$

$$N_1(0) = N_0$$

$$N_2(0) = 0$$

$$\Rightarrow \dot{N}_1 + \dot{N}_2 = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}(N_1 + N_2) = 0 \Rightarrow \boxed{N_1 + N_2 = N_0} \quad (*)$$

$$\Rightarrow N_2 = N_0 - N_1$$

$$\Rightarrow \dot{N}_1 = -\alpha N_1 + \alpha(N_0 - N_1) \\ = -2\alpha N_1 + \alpha N_0$$

$$\frac{d}{dt} N_1 = \alpha N_0 - 2\alpha N_1 \Rightarrow N_1 = \frac{N_0}{2} + A e^{-2\alpha t}$$

$$\text{y usando } N_1(0) = N_0 \Rightarrow \boxed{N_1(t) = \frac{N_0}{2} (1 + e^{-2\alpha t})}$$

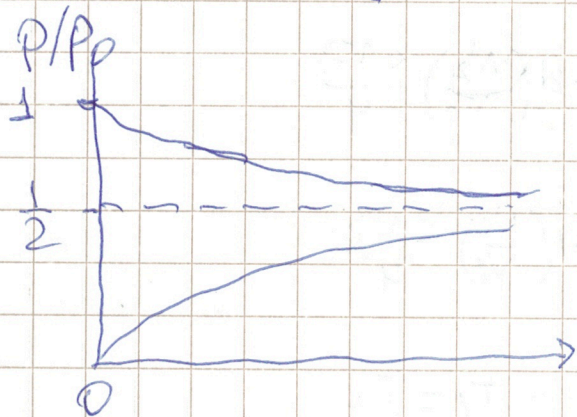
$$N_2 = N_0 - N_1 = N_0 - \frac{N_0}{2} - \frac{N_0}{2} e^{-2\alpha t} = \frac{N_0}{2} - \frac{N_0}{2} e^{-2\alpha t}$$

$$\Rightarrow \boxed{N_2(t) = \frac{N_0}{2} (1 - e^{-2\alpha t})}$$



$$\Rightarrow P_1(t) = \frac{P_1(0)}{2} \left(1 + e^{\frac{-2A\langle v \rangle t}{4V}} \right)$$

$$P_2(t) = \frac{P_1(0)}{2} \left(1 - e^{\frac{-2A\langle v \rangle t}{4V}} \right)$$



ejercicios

- Suponiendo que las moléculas de Hidrógeno tienen una velocidad cuadrática media (rms) de 1,270 m/s a 300 K, calcule la rms a 600 K.
 - Estime la temperatura a la cual la velocidad cuadrática media de las moléculas de nitrógeno en la atmósfera es igual a la velocidad de escape del campo gravitacional de la Tierra. (masa atómica Nitrógeno=14, radio Tierra=6,400 km).
- Un sistema posee niveles de energía no-degenerados con energía $E = (n + 1/2)\hbar\omega$, donde $\hbar\omega = 8.625 \times 10^{-5}\text{eV}$, y $n = 0, 1, 2, 3, \dots$
 - Calcule la probabilidad P_{10} de que el sistema esté en el estado $n = 10$ si esta en contacto con un baño térmico a temperatura ambiente ($T = 300\text{K}$).
 - Cual será la probabilidad P_{10} en los casos límites de temperatura muy bajas y muy altas?
 - A que temperatura se maximizara P_{10} ? Para tal temperatura calcule P_{10} .

$$[1] (a) \quad v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{3kT_1}{m}}$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{3kT_1}{m}} \cdot \sqrt{\frac{m}{3kT_2}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{3kT_2}{m}}$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} v_1 = \sqrt{\frac{600}{300}} \times 1,270 = \boxed{1,796 \left[\frac{m}{s} \right]}$$

$$[b) \quad v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$\frac{1}{2} m v_c^2 = \frac{GMm}{R} \Rightarrow v_c^2 = \frac{2GM}{R} = 2R \underbrace{\left(\frac{GM}{R^2} \right)}_g = 2gR$$

$$v_{rms} = v_c \Rightarrow \left(\frac{3kT}{m} \right)^{1/2} = (2gR)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \frac{3kT}{m} = 2gR \Rightarrow T = \frac{2mgR}{3k}$$

$$\begin{matrix} N_0 \rightarrow 14 \text{ gr} \\ 1 \rightarrow x \end{matrix} \Rightarrow m = \frac{14}{6,02 \times 10^{23}} = 2,33 \times 10^{-23} \text{ gr.}$$

$$T = \frac{2 \times 2,33 \times 10^{-23} \times 980 \times 6,4 \times 10^8}{3 \times 1,38 \times 10^{-16}} = \boxed{70,597 \text{ K}}$$

$$[2] E_n = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

$$P_n = A e^{-\frac{(n+\frac{1}{2})\hbar\omega}{kT}} = A e^{-\frac{\hbar\omega}{2kT}} \cdot e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}$$

$$1 = \sum_{n=0}^{\infty} A e^{-\frac{\hbar\omega}{2kT}} \cdot e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}} = A e^{-\frac{\hbar\omega}{2kT}} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}$$

$$S = 1 + e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} + e^{-\frac{2\hbar\omega}{kT}} + \dots$$

$$e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} S = e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} + e^{-\frac{2\hbar\omega}{kT}} + \dots$$

$$S(1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}) = 1 \Rightarrow S = \frac{1}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}}$$

$$1 = \frac{A e^{-\frac{\hbar\omega}{2kT}}}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}} = \frac{A e^{-\frac{\hbar\omega}{2kT}}}{e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} (e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1)} = \frac{A e^{\frac{\hbar\omega}{2kT}}}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$

$$\Rightarrow A = (e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1) e^{-\frac{\hbar\omega}{2kT}}$$

$$P_n = (e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1) e^{-\frac{\hbar\omega}{2kT}} \times e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}$$

$$(e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1) e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}} = (1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}) e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}$$

$$\frac{\hbar\omega}{kT} = \frac{1.0}{300} \quad P_{10} = (1 - e^{-0.0033}) e^{-\frac{10}{300}} = 0.00321$$

$$P_n = (1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}) e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}$$

$$T \rightarrow 0 \quad e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} \rightarrow 0 \quad \text{and} \quad e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}} \rightarrow 0 \quad (\text{except at } n=0)$$

$$\boxed{P_0(T \rightarrow 0) = 0}$$

$$T \rightarrow \infty, \quad e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} \rightarrow 1, \quad e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}} \rightarrow 1 \quad \forall n$$

$$\Rightarrow \boxed{P_0(T \rightarrow \infty) = 0}$$

$$P_n = (1 - \bar{e}^\beta) \bar{e}^{-n\beta}$$

$$\beta = \frac{\hbar\omega}{kT}$$

$$P_{10} = (1 - \bar{e}^\beta) \bar{e}^{-10\beta}$$

$$0 = \frac{dP_{10}}{dT} = \frac{d\beta}{dT} \cdot \frac{dP_{10}}{d\beta} = -\frac{\hbar\omega}{kT^2} \left\{ \bar{e}^{-\beta} \bar{e}^{-10\beta} + (1 - \bar{e}^\beta)(-10) \bar{e}^{-10\beta} \right\}$$

$$= -\frac{\hbar\omega}{kT^2} \bar{e}^{-10\beta} [\bar{e}^{-\beta} + (1 - \bar{e}^\beta)(-10)]$$

$$= -\frac{\hbar\omega}{kT^2} \bar{e}^{-10\beta} [\bar{e}^{-\beta} - 10 + 10\bar{e}^{-\beta}]$$

$$[11\bar{e}^{-\beta} - 10]$$

$$\Rightarrow 11\bar{e}^{-\beta} = 10 \Rightarrow \bar{e}^{-\beta} = \frac{10}{11} \Rightarrow$$

$$-\beta = \ln(10/11)$$

$$\Rightarrow \boxed{\beta = \ln(11/10)}$$

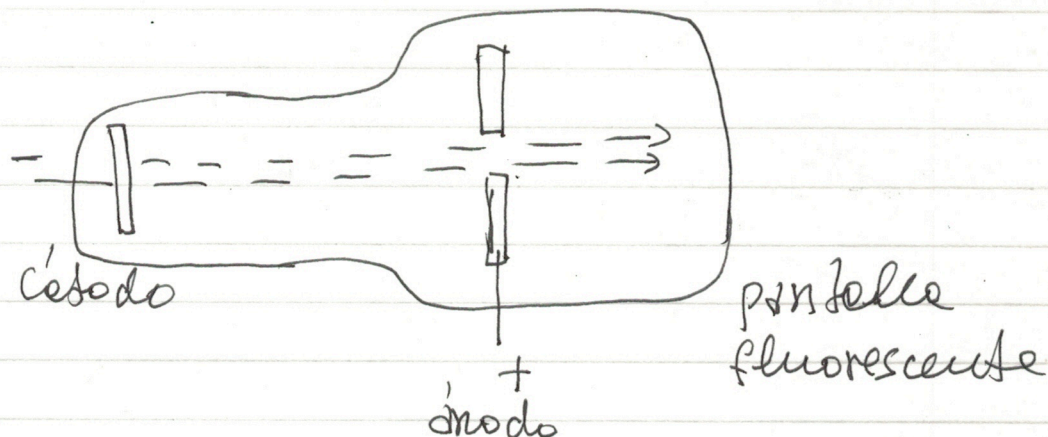
$$\therefore \frac{\hbar\omega}{kT} = \ln(11/10) \Rightarrow T = \frac{\hbar\omega}{k \ln(11/10)} = \frac{1}{\ln(11/10)} = \boxed{10.5}$$

$$P_{10} = (1 - \bar{e}^\beta) \bar{e}^{-10\beta} = (1 - e^{-\ln(11/10)}) e^{-10 \ln(11/10)} = \boxed{0.035}$$

$$\Rightarrow 3.5\%$$

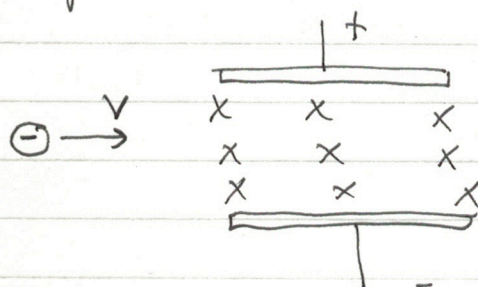
EL Electrón: "átomo de electricidad"

Rayos Catódicos:



rayos pueden desviarse con $\vec{B}$.

J.J. Thompson (1897) midió e/m :



$$eVB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow \boxed{\frac{e}{m} = \frac{v}{RB}}$$

F. Lorentz

se ajusta el $\vec{E}$ externo hasta lograr cero deflexión

$$\Rightarrow eE = eVB \Rightarrow \boxed{v = E/B}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{e}{m} = \frac{E}{RB^2}} \approx 10^8 \text{ C/g}$$

Grande comparado con $\left(\frac{e}{m}\right)_H = 96500 \text{ C/g}$.

Midiendo la carga del electrón

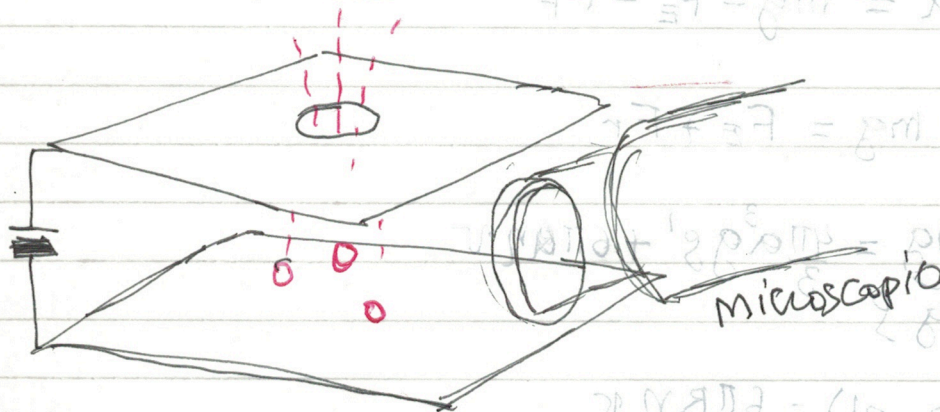
preliminar: gota de fluido, densidad ρ , radio a ,
cayendo en un medio densidad ρ' , viscosidad η

veloc. terminal:
$$V_g = \frac{(2/9) g a^2 (\rho - \rho')}{\eta} \quad (1)$$

ley de Stokes $\Rightarrow$

derivación: ejercicio

1906: Robert Millikan: medición directa de e



gotas de aceite cargadas eléctricamente. caer entre 2 placas metálicas sobre las cuales se aplica un voltaje conocido.

$\vec{E} = 0$

F_v medio viscoso $F = -a v$ $\leftarrow$ masa efectiva gota

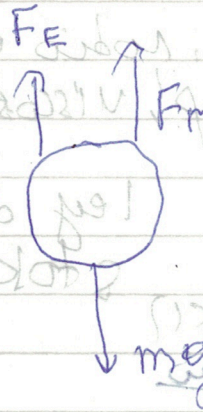
$V_g = K F_v = K \mu g \quad (2)$

$\mu = \frac{4\pi}{3} a^3 (\rho - \rho') \leftarrow$ aceite $\leftarrow$ aire $\quad (3)$

comparando con (1) $\Rightarrow K = 1/(6\pi\eta a) \quad (4)$

Midiendo $V_g \rightarrow$ determinamos $e \rightarrow$ det. μ y K

Notwendig ist auch die Wahl der



$$mg = \frac{4\pi}{3} \rho g s^3$$

$$F_E = \frac{4\pi}{3} \rho' g s^3$$

$$F_r = 6\pi a \eta v$$

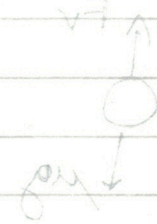
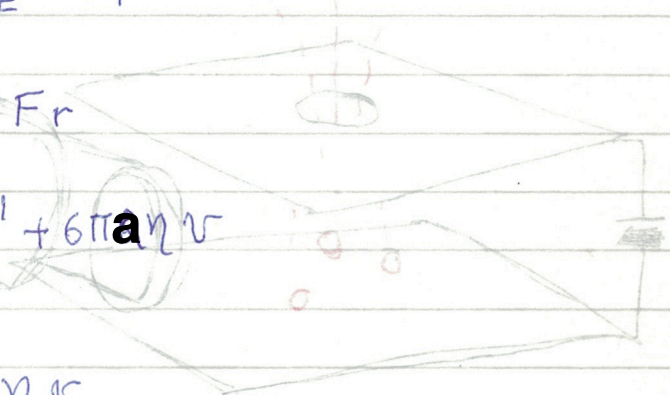
$$ma = mg - F_E - F_r$$

$$\text{In } v = v_g \Rightarrow mg = F_E + F_r$$

$$mg = \frac{4\pi}{3} \rho g s^3 + 6\pi a \eta v$$

$$\frac{4\pi}{3} \rho g (s - s')^3 = 6\pi R \eta v$$

$$v = \frac{4\pi \rho g (s - s')^3}{3 \cdot 6\pi R \eta} = \left(\frac{2}{9}\right) \frac{\rho (s - s')^3}{\eta}$$



$$v_g = K F_v - K \eta v$$

$$v = \frac{K}{3} (v_g - v)$$

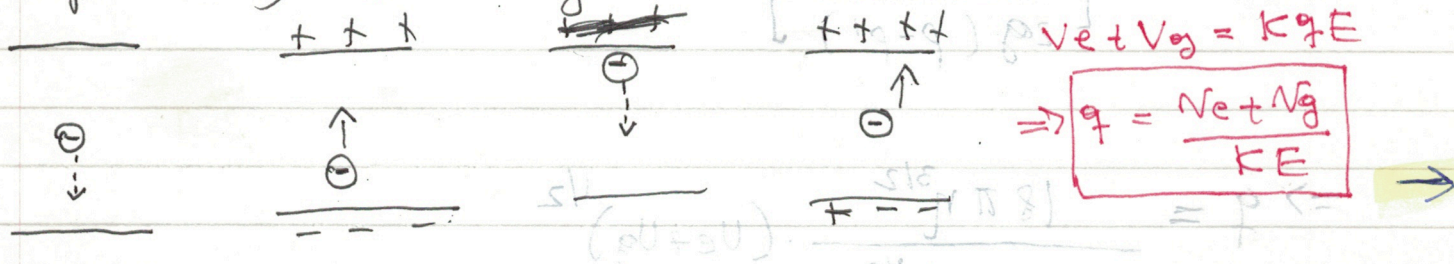
$$(K + 3) v = K v_g$$

Mit dieser v ist dann die Geschwindigkeit des Teilchens gegeben

La carga total en la gota se del. de mediciones de V_g en presencia de E :

$$V_e = K(Eq - \mu g) \quad \checkmark$$

Se sigue a una gota individual a través de un ciclo de aplicaciones de voltaje:



Ocasionalmente, la gota cambia su carga total debido a colisiones con las moléculas de aire

$$V_{e1} = K(Eq_1 - \mu g)$$

$$V_{e2} = K(Eq_2 - \mu g)$$

$$\Rightarrow V_{e1} - V_{e2} = K(Eq_1 - Eq_2) \Rightarrow q_1 - q_2 = \left(\frac{V_{e2} - V_{e1}}{KE} \right)$$

← entero

se encuentra que $q_1 - q_2 \approx Ne$

También se halló que $q \approx Ne$.

P. Nobel 1923

$$V_0 = K(E_0 - Y_0) \quad \checkmark$$

de aflevering de laatste:
de aflevering de laatste

$[2g(p-p')]^{1/2} E$

7. Nov. 1953