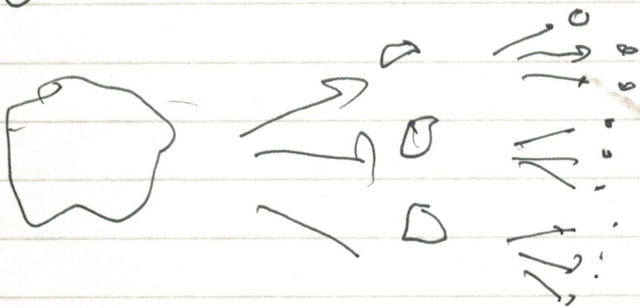


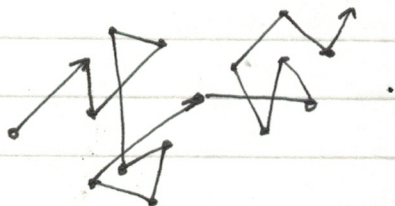
Naturaleza atómica de la Materia & Electricidad

Feynman → Si ocurriera un cataclismo donde todo el conocimiento científico fuera destruido, y sólo se pudiera transmitir una frase a la siguiente generación de científicos, que frase contendría la mayor cant. de info. en el menor # de palabras? y eso es la hipótesis atómica, o sea todas las cosas están hechas de átomos que se mueven al rededor en movimiento perpetuo, atrayéndose entre sí cuando están cerca, pero repeliéndose al apartarse uno contra otro "



Brown (1860): mov. azaroso de partículas de polen suspendidas en líquido

→ "movimiento Browniano"



RANDOM WALK

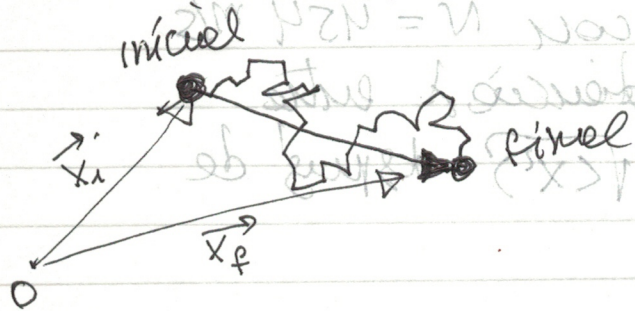
total t only

tiempo de observación = t

$$t = \sum_{i=1}^N \Delta t$$

dividir t en N intervalos $\Delta t = \frac{t}{N}$

Durante Δt se producen muchos choques:

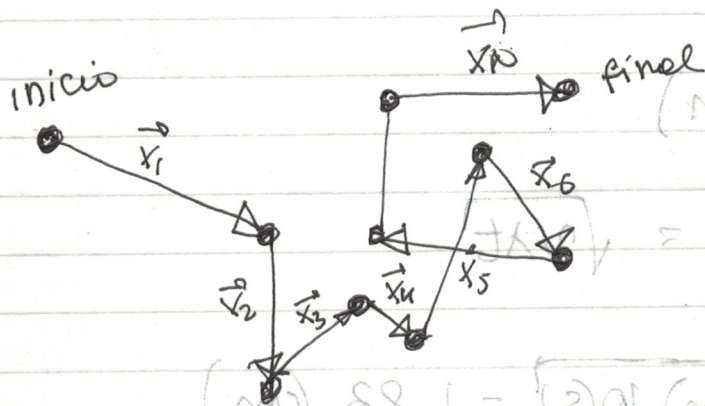


$$\vec{x}_f = \vec{x}_i + \vec{L} \in \text{random}$$

Se supone

$$\langle \vec{L}^2 \rangle = \lambda^2 \text{ cm}^2$$

fore electron



$$\vec{x}_N = \vec{x}_{N-1} + \vec{L}$$

$$\vec{x}_N^2 = \vec{x}_{N-1}^2 + \vec{L}^2 + 2 \vec{x}_{N-1} \cdot \vec{L}$$

Promedios sobre direcciones de $\vec{L}$:

$$\langle \vec{x}_N^2 \rangle = \langle \vec{x}_{N-1}^2 \rangle + \langle \vec{L}^2 \rangle + 2 \langle \vec{x}_{N-1} \cdot \vec{L} \rangle$$

$$\langle \vec{x}_N^2 \rangle = \langle \vec{x}_{N-1}^2 \rangle + \lambda^2 = \langle \vec{x}_{N-2}^2 \rangle + 2\lambda^2$$

$$= \langle \vec{x}_0^2 \rangle + N\lambda^2 \quad \therefore \boxed{\langle \vec{x}_N^2 \rangle = N\lambda^2} \rightarrow$$

pero $N \propto t$

$$\langle X_N^2 \rangle = \alpha t$$

$$\Rightarrow \sqrt{\langle X_N^2 \rangle} = \beta t^{1/2}$$

de fusión

Ej: sea un neutrino con $N = 454 \text{ m/s}$ que se mueve una distancia λ entre colisiones, ¿cuál es $\sqrt{\langle X^2 \rangle}$ después de $t = 10 \text{ seg}$?

$$\lambda = 7.40 \times 10^{-8} \text{ (m)}$$

$$\langle X^2 \rangle = \lambda \sqrt{N} = \lambda \sqrt{\frac{v t}{\lambda}} = \sqrt{\lambda v t}$$

$$= \sqrt{454 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) (7.40 \times 10^{-8} \text{ m}) 10 (\text{s})} = 1.83 \text{ (cm)}$$

el cual es mucha menor que

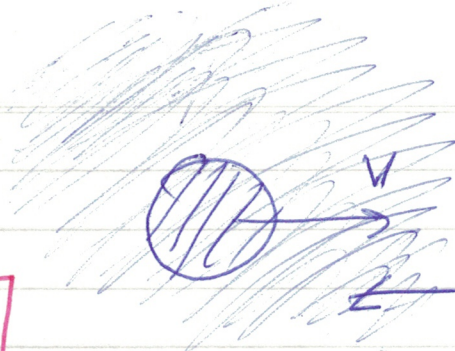
$$v t = 454 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times 10 (\text{s}) = 4540 \text{ (m)}$$

$$\frac{\langle \sigma \omega \rangle}{\sigma} = \langle \sigma \omega \rangle + \langle \sigma \omega \rangle + \langle \sigma \omega \rangle = \langle \sigma \omega \rangle$$

$$\langle \sigma \omega \rangle + \langle \sigma \omega \rangle = \langle \sigma \omega \rangle + \langle \sigma \omega \rangle = \langle \sigma \omega \rangle$$

$$\langle \sigma \omega \rangle = \langle \sigma \omega \rangle \Rightarrow \langle \sigma \omega \rangle + \langle \sigma \omega \rangle =$$

ESCALA MACROSCOPICA



medio viscoso

$$\vec{F}_d = -\gamma \vec{v}$$

En presencia de $\vec{F}$ externa, la partícula alcanza una $\vec{v}$ terminal:

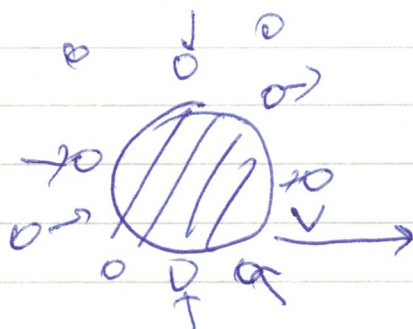
$$F_{ext} = F_d \Rightarrow \gamma v = F_{ext}$$

$$v = \frac{F_{ext}}{\gamma}$$

(1)

Ley de Stokes
 $\gamma = 6\pi a\eta$

ESCALA MICROSCOPICA:



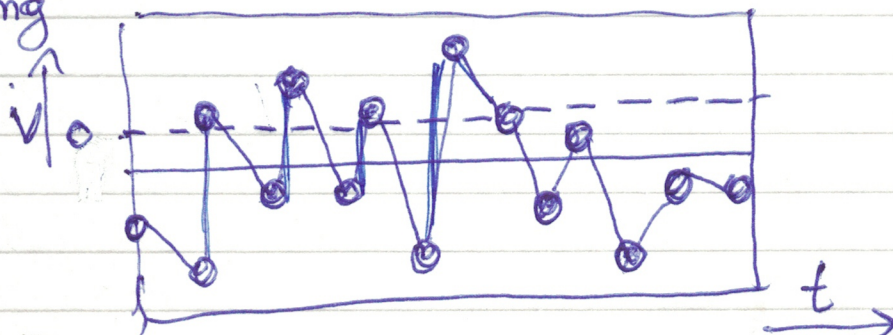
bombardeo
molecular

Modelo simple: una colisión cada Δt . Como resultado de c/ colisión, el objeto adquiere $\vec{v}$ random

Entre colisiones, solo actúa F_{ext} .

$$\Rightarrow v = v_0 + \left(\frac{F_{ext}}{m} \right) \Delta t$$

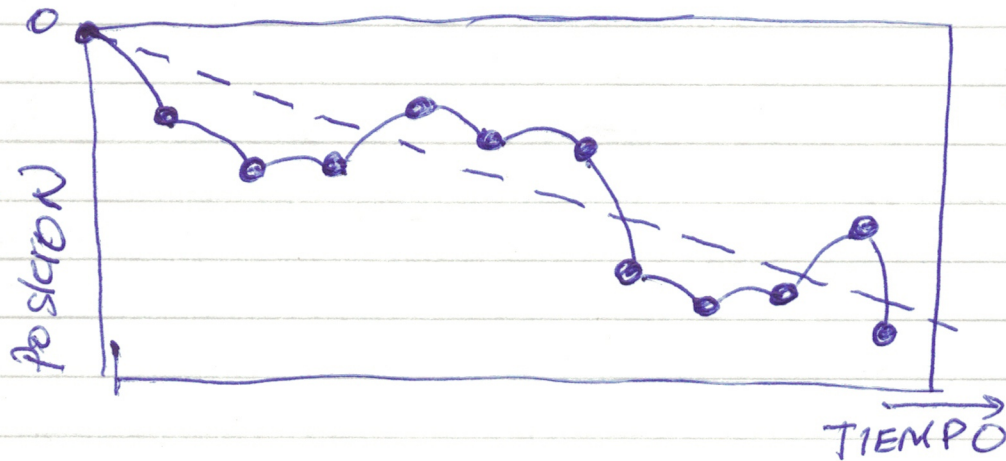
ej: $F = -mg$



promedio de $\vec{v}$
es negativo.

Entre 2 collisions successives

$$X = X_0 + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{random}}}{V_0} \Delta t + \frac{1}{2} \left(\underset{\substack{\uparrow \\ \text{random}}}{\frac{F_{ext}}{m}} \right) (\Delta t)^2$$



$$\langle v \rangle = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{X - X_0}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left(\frac{F_{ext}}{m} \right) \Delta t$$

et comme $F_{ext} = \gamma \langle v \rangle \Rightarrow \langle v \rangle = \frac{1}{2} \frac{\gamma \langle v \rangle}{m} \Delta t$

$$\Rightarrow \boxed{\gamma = \frac{2m}{\Delta t}} \quad (2)$$

macro
micro

Prendre $F_{ext} = 0$,

de la constante de la force, et d'après de N collisions

$$\langle x^2 \rangle = N (\Delta x)^2 = \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} t \equiv 2Dt$$

$$\Rightarrow D = \frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t} \quad \text{coefficient de diffusion} \quad (3)$$

$$\Rightarrow \langle x^2 \rangle = 2Dt \quad (4)$$

show, equipartition $\Rightarrow \langle v^2 \rangle = \frac{kT}{m} \quad (5)$

pero $\langle v^2 \rangle = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)^2 = \frac{2 \langle \Delta x \rangle^2}{2\Delta t \Delta t} = \frac{2D}{\Delta t} \stackrel{(5)}{=} \frac{kT}{m}$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{2Dm}{kT} \quad (6)$$

volviendo a (2):

$$\gamma = \frac{2m}{2Dm} kT = \frac{kT}{D}$$

Relac. de Einstein - Smoluchowski

$$\Rightarrow \boxed{\gamma D = k_B T} \quad (7)$$

macroscopio
medible

microscópico

Ejercicio: como se
miden
 γ y D ?

$$(7) \Rightarrow \gamma D = \left(\frac{R}{N_A} \right) T \Rightarrow \boxed{N_A = \frac{RT}{\gamma D}} \quad (8)$$

se puede medir N_A
usando MOV. Browniano

Resultado: excelente acuerdo con estimaciones previas
no-moleculares $\Rightarrow$ fuerte evidencia para la
existencia de átomos y moléculas.

EL problema del "Random walk"

Sup. una partícula sumergida en un medio. Suponemos que los fuerzas que actúan sobre ella son de 2 tipos:

- (a) Fuerzas debidos a la colisión de bolones en el ~~caso~~ bombardeo molecular sobre la partícula.
- (b) Fuerza viscosa proporcional a la velocidad de la partícula (Ley de Stokes)

Por simplicidad, sup. mov. 1-dimensional.

Sea X = resultante, en unalg. instante, de los fuerzas debidos al bombardeo

$$F = -6\pi a\eta (dx/dt) = -u(dx/dt), \text{ fuerza viscosa.}$$

Ec. de mov.: $m \frac{d^2x}{dt^2} = -u \frac{dx}{dt} + X \quad (1) \quad | \times 2x$

$$m 2x \frac{d^2x}{dt^2} = -u \cdot 2x \frac{dx}{dt} + 2Xx \quad (2)$$

pero $2x \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(x^2) \quad (3) \quad , \text{ y diferenciándolo en } t$

$$2 \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + 2x \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}(x^2)$$

$$\Rightarrow 2x \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}(x^2) - 2 \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \quad (4)$$

reemplazando (3) y (4) en (2), queda:

$$m \frac{d^2}{dt^2}(x^2) - 2m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = -u \frac{d}{dt}(x^2) + 2Xx \quad (5)$$

$$\gamma \quad \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T$$

luego: $m \overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = \frac{RT}{N}$

la ec. que nos interesa queda:

$$m \frac{d^2}{dt^2}(\overline{x^2}) - \frac{2RT}{N} = -\mu \frac{d}{dt}(\overline{x^2}) \quad , \quad \text{poniendo } w = \frac{d}{dt}(\overline{x^2})$$

$$m \frac{dw}{dt} = \frac{2RT}{N} - \mu w \quad \Rightarrow \quad \frac{dw}{dt} + \frac{\mu}{m} w = \frac{2RT}{Nm}$$

con solución: $w(t) = \frac{2RT}{Nm} + A e^{-(\frac{\mu}{m})t} \quad (6)$

$$\tau = \frac{m}{\mu} : \text{ tiempo de relajación } = \frac{\frac{4}{3} \pi a^3 \rho}{6 \pi a \eta} = \frac{2a^2 \rho}{9 \eta}$$

En un caso típico: $a = 10^{-4} \text{ m}$, $\rho \sim 1$, $\eta \approx 10^{-2} \text{ cgs}$ $\Rightarrow \tau \sim 2 \cdot 10^{-7} \text{ seg.}$

luego el término exponencial es despreciable para cualquier tiempo razonable de observación.

luego (6) puede escribirse como:

$$w = \frac{d}{dt}(\overline{x^2}) = \frac{2RT}{Nm} \Rightarrow \overline{x^2} = \frac{2RT}{Nm} t = \frac{RT}{3 \pi a \eta N} t$$

$$\therefore \overline{x^2} = \frac{KT}{3 \pi a \eta} t \quad (7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ecuación de} \\ \text{Einstein-Smoluchowski} \\ (1905) \end{array} \right\}$$

veamos si estos desplazamientos pueden ser observados:

sea $t = 60 \text{ seg.}$, $a = 10^{-4} \text{ m}$, $\eta \approx 10^{-2} \text{ (agua)}$