

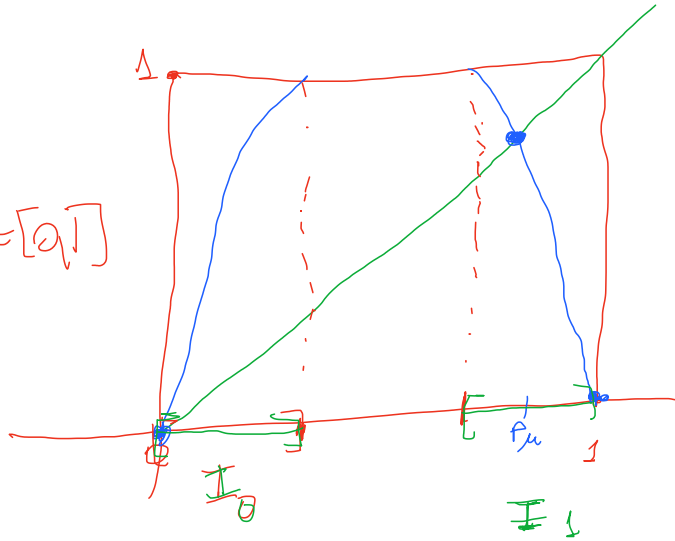
Conjugación topológica.

martes, 27 de octubre de 2020 16:37

$$\left(I, F_{\mu > 2+\sqrt{5}} \right) \xrightarrow{S} \left(\Sigma_2, \Delta \right)$$

$$\mu > 2+\sqrt{5}$$

$$I = [q, 1]$$

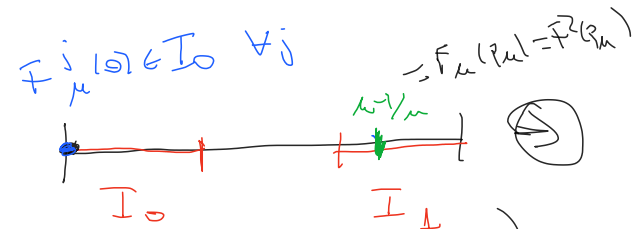


Recuerde que $\forall x \in I \neq q$
 $F_\mu^n(x) \rightarrow -\infty$

Δ = conjunto de puntos
 que todos los p_n
 que no divergen.

Def: El itinerario de $x \in \Delta$ es una $\in \mathbb{F}$
 sucesión $S(x) = s_0 s_1 s_2 \dots$, donde $s_j = 0$ si $F_\mu^j(x) \in I_0$
 o $s_j = 1$ si $F_\mu^j(x) \in I_1$.

El $\{p_n\}$ fijo 0 y $\frac{\mu-1}{\mu} = p_\mu$



// -

$$S(\Theta) = 00000 \dots$$

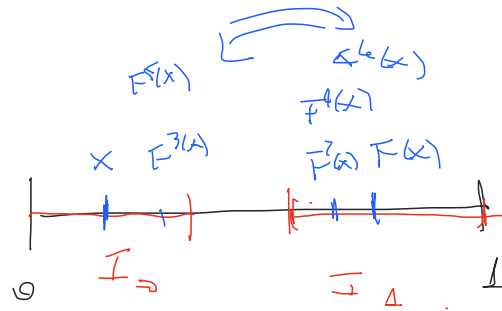
H H

H H
↺

$$S(\frac{\mu-1}{\mu}) = s_0 s_1 s_2 s_3 \dots = \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$$

②

x + q



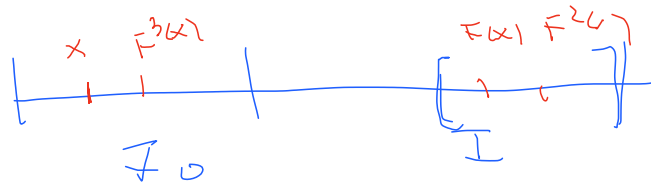
$$S(x) = 011010101 \dots$$

$= 8, 9, 10, 11 \dots (x)$

$f^4(x), f^5(x), f^6(x)$

③

x + q



$$S(x) = 01101110111 \dots$$

Teorema Si $\mu > 2 + \sqrt{5}$, entonces

$$S : (\Delta, \bar{T}_u) \longrightarrow (\mathbb{Z}_2, \bar{V})$$

es homeomorfismo.

$$\boxed{F_u = \bar{F}}$$

Demue

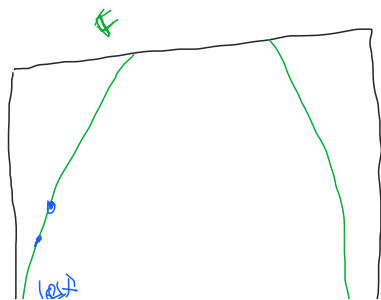
1º Inyectividad $\forall x, y \in \Delta$ tq

$$S(x) = S(y) \Rightarrow s_0 s_1 s_2 \dots = t_0 t_1 t_2 \dots$$

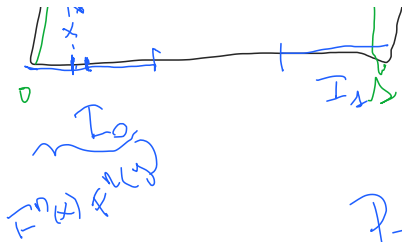
$$\Rightarrow \bar{F}^n(x), \bar{T}^n(y) \in \bar{I} \circ$$

$$\text{ó } F^n(x), \bar{F}^n(y) \in \bar{I} \mid$$

Suponer $x \neq y \Rightarrow \bar{T}$ es monótona
en el intervalo $F^n(x)$ y $\bar{F}^n(y)$



$\Rightarrow$ toda la parte en el
intervalo $[F^n(x), \bar{F}^n(y)]$


 $v, v - v$

$$\in [F^n(y), F^n(x)]$$

permanecen en $I_0 \cup I_1$.

$\Rightarrow \Delta$ es conexo ~~✗~~

$$x = y$$

2º) Sobre

$$g: \Delta \rightarrow \Sigma_2$$

$$\text{PD} \quad \forall s \in \Sigma_2 \quad \exists x \in \Delta \text{ t.q. } g(x) = s.$$

Antes, denotemos lo siguiente: $g \in \mathcal{I} \subset \mathcal{I}$
 Concedo

$$\mathcal{I}^n(\tau) = \{x \in \mathcal{I} \mid F^n(x) \in \mathcal{I}\}$$

obs Si $J \subset I$ ~~caso~~ $\Rightarrow F^{-1}(J)$ tiene 2 subintervalos uno en I_0 y el otro en I_1

Source: Sea Se Σ_2 Lado pⁿ

$$S = S_0, S_1, S_2, \dots$$

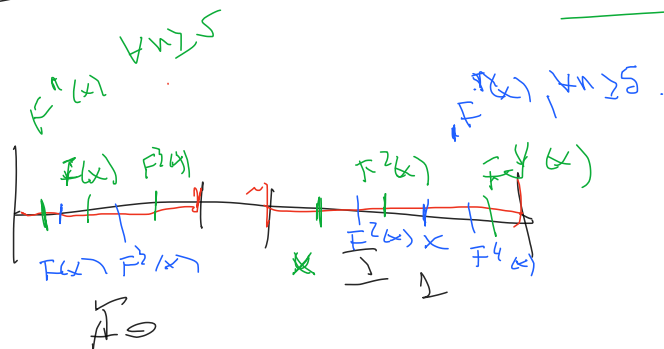
$$S = \{0, 1, 4\}$$

y defina

$$I_{s_0 s_1 \dots s_n} = \left\{ x \in I \mid x \in I_{s_0}, F(x) \in I_{s_1}, \dots, F^n(x) \in I_{s_n} \right\}$$

$$= I_{s_0} \cap F^{-1}(I_{s_1}) \cap F^{-2}(I_{s_2}) \dots \cap F^{-n}(I_{s_n})$$

Ex: $I_{10101} = \left\{ x \in I \mid x \in I_1, \underline{F(x) \in I_0}, \underline{F^2(x) \in I_1}, \right.$
 $\left. \underline{F^3(x) \in I_0}, \underline{F^4(x) \in I_1} \right\}$



Afirmar que $\bigcap_{n \geq 0} I_{s_0 s_1 s_2 \dots s_n}$ es un conjunto no vacío y cerrado.

$$I_{s_0} \cap I_{s_0 s_1} \cap I_{s_0 s_1 s_2} \cap \dots$$

A demostrar, $\forall x \in \bigcap_{n \geq 0} I_{s_0 \dots s_n}$

$$\Rightarrow x \in I_{s_0}, f(x) \in I_{s_1}, f^2(x) \in I_{s_2}, \dots$$

$$\Rightarrow S(x) = \emptyset \quad \therefore S \text{ es sobre.}$$

dos: ① Como sabemos S es 1-1

$$\Rightarrow x \text{ es único entre } \forall S \in \mathbb{Z}_2$$

$$\neg \exists! x \in A \text{ s.t. } S(x) = \emptyset.$$

② $\text{diam } I_{s_0 s_1 \dots s_n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$

S continue

$$S: (\Delta, F_\mu) \rightarrow (\Sigma, \Delta)$$

PD) $\forall \epsilon \exists \beta \text{ tal qe si } x, y \in \Delta \text{ tal } |x - y| < \beta \Rightarrow d[S(x), S(y)] < \epsilon.$
 donde

$$d(s, r) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{|s_i - r_i|}{2^i}.$$

$$\text{sea } x, y \in \Delta \text{ tal qe } S(x) = s_0 s_1 s_2 \dots$$

$$S(y) = t_0 t_1 t_2 \dots$$

$$\text{y tome } \epsilon > \frac{1}{2^n}.$$

Tome β tal qe

$$|x - y| < \beta \quad \text{si} \quad s_j = t_j \quad \forall j \in \{0, \dots, n\}$$

$$\Rightarrow \text{Por prop (E)} \quad d(s_n, s_{n+1}) < \frac{1}{2^n} < \epsilon$$

Como s^+ é uma sequência contínua.

Ass s é Homeo. #

$$\text{Teo)} \quad S \circ F_A = \sigma \circ S$$

$$\begin{array}{ccc} \Sigma_2 & \xrightarrow{\sigma} & \Sigma_2 \\ \uparrow S & \curvearrowright & \uparrow S \\ A & \xrightarrow{F_A} & A \end{array}$$

$$\text{Se } p: A \rightarrow A \text{ e } g: B \rightarrow B$$

Def dos aplicaciones f, g son
~~topológicamente conjugadas~~ si $\exists h$
 homeomorfismo $h: A \rightarrow B$ tal

$$h \circ f = g \circ h$$

Aquí el homeo h es llamado conjugación
 topológica

Ej: S es la conjugación topológica
 entre $(\mathbb{N}, \bar{T}_n)$ y $(\mathbb{Z}_2, \bar{T})$.

Teo Sea $\bar{T}_\mu(x) = \mu x(1-x)$ con $\mu > 2 + \sqrt{5}$
 entonces:

- 1) La cardinalidad de $\text{Per}_n(t_\mu)$ es 2 .
- 2) $\text{Per}(\bar{F}_\mu)$ es denso en Δ .
- 3) F_μ tiene una órbita densa en Δ .