

Familia cuadrática (2)

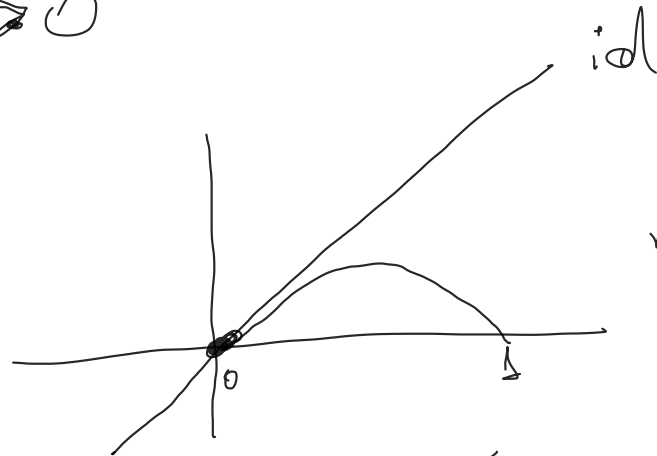
martes, 20 de octubre de 2020 16:29

$$F_{\mu}(x) = \mu x (1 - x)$$

$$\left| \begin{array}{l} F_{\mu}(x) = 0 \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}} \\ \mu > 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \text{ máximo} \end{array} \right.$$

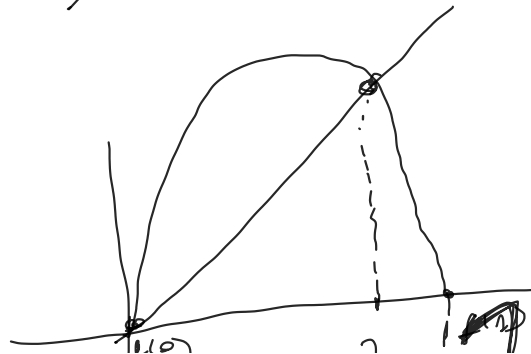
Esta familia presenta bifurcación para los diferentes valores que podría tomar $\mu \geq 0$

Caso 1
 $\mu \in (0, 1)$



Este caso no es muy interesante, pues existe un solo p.fijo p' es $x=0$.

Caso 2
 $\mu \in (1, +\infty)$



$$0 \leq \rho \leq 1$$

Aquí si es interesante, pues solo otro
punto fijo $P_\mu = \frac{\mu-1}{\mu}$

Resultados de p.f.'os de F_μ , $\mu \in (1, +\infty)$.

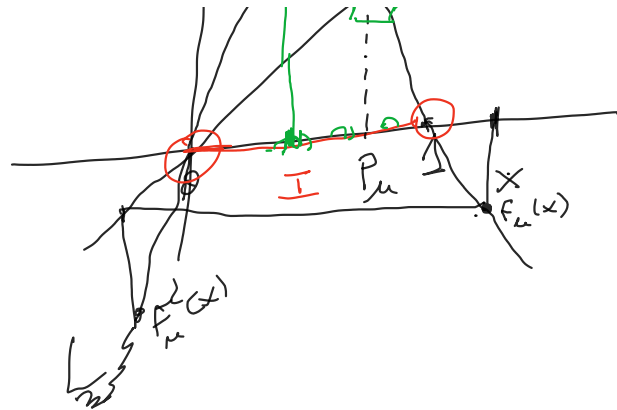
• Hay 2 pto fijos $\rho=0$ y $P_\mu = \frac{\mu-1}{\mu}$

• $P_\mu \in (0, 1)$

• No $x \notin (0, 1)$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_\mu^n(x) = -\infty$$





- $\mu \in (1, 3) \Rightarrow P=0$ es pto fijo repulsor
 $P_\mu = \frac{\mu-1}{\mu}$ es pto fijo atractor
- $\mu \in (1, 3) \Rightarrow \forall x \in (0, 1) \lim_{n \rightarrow \infty} F_\mu^n(x) = P_\mu$
- $\mu > 3 \Rightarrow$ la naturaleza de los puntos fijos cambia.

Por que van apareciendo puntos
 periódicos que vienen con su pro-
 pia naturaleza.

$y = \dots$

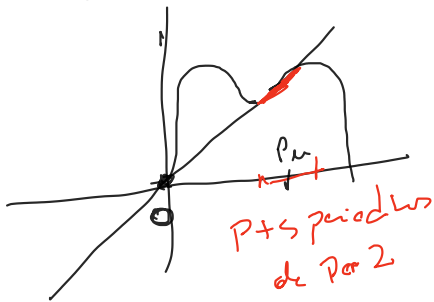
u

Resultado de p. período de período 2

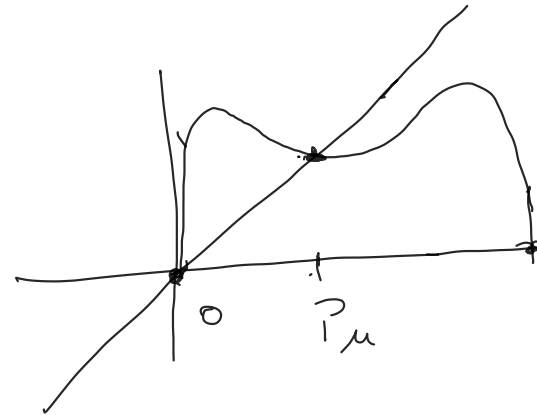
para $\bar{F}_\mu$ com $\mu > 1$.

$$\bar{F}_\mu^2(x) = \bar{F}_\mu(\mu x(1-x))$$

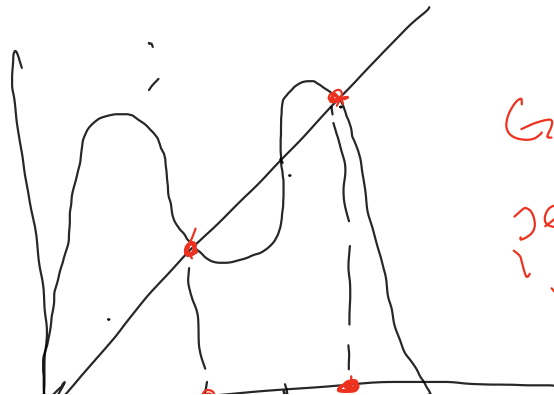
$\mu = 3$



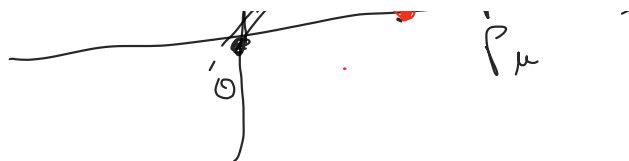
$\mu \in (1, 3)$



$\mu > 3$

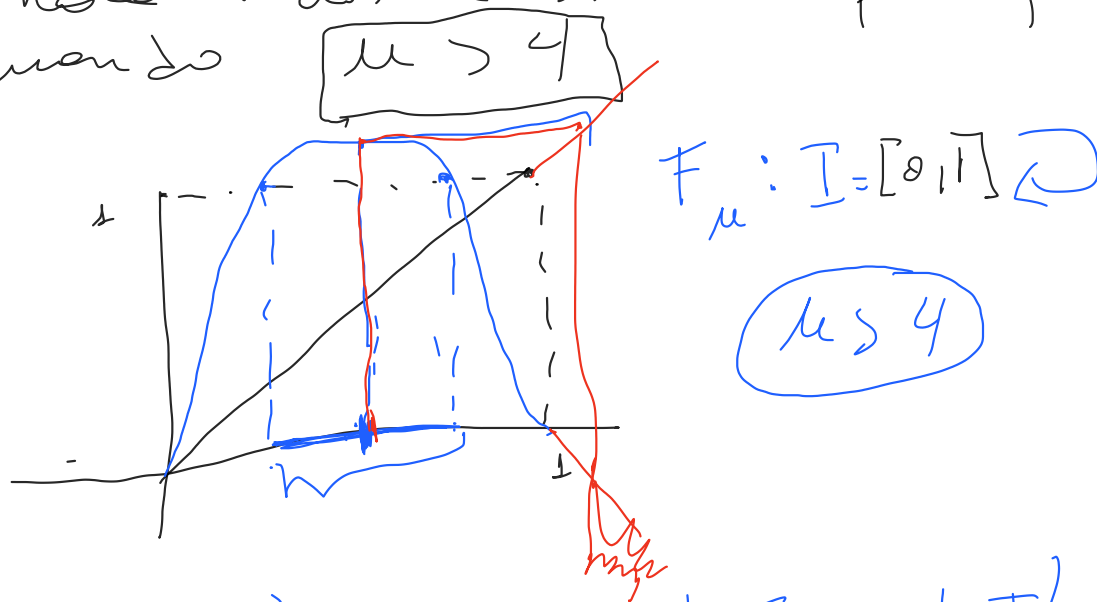


Gerado 2 pts
período (per 2)
mão, oparte de
los fixo 0, P_μ .



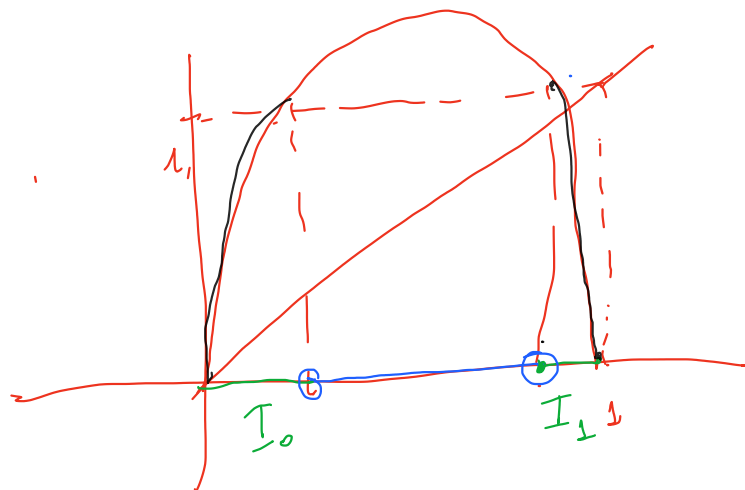
obs : Si μ continua creciendo, el retrato de fase de F_μ^2 , se vuelve muy diferente.

- Ahora vamos a estudiar qué pasa cuando $\mu > 4$



$$\text{Sea } A_0 = \{x \in I = (0,1) \mid F_\mu(x) \notin I\}$$

obs: ① $\underline{I}$ Ao genera los sub intervalos
 diam I_0, I_1 que son cerrados.



$$I = [a, b]$$

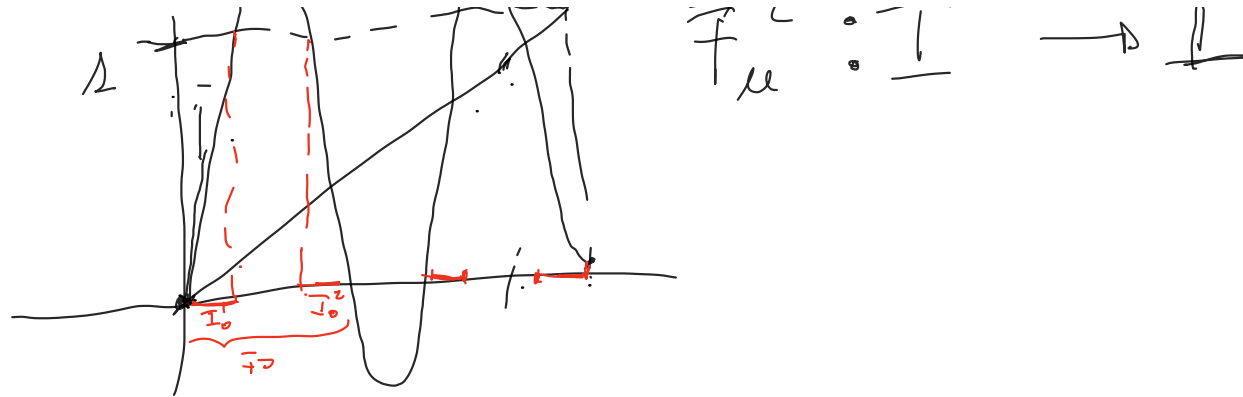
$$F_\mu(I_0) = F_\mu(I_1) = I$$

I_0 F_μ es creciente y I_1 F_μ es decreciente

$$A_1 = \{x \in I \mid F_\mu(x) \in I \wedge F_\mu^2(x) \notin I\}$$

obs 1

$$A_0 \not\subset A_1 \wedge A_0 \cap A_1 = \emptyset$$



- $I \setminus (\Delta_0 \cup \Delta_1)$ contiene 4 subintervalos
cerrados

$$A_n = \left\{ x \in I \mid F_\mu^i(x) \in I \ \forall i \leq n \wedge F_\mu^{n+1}(x) \notin I \right\}.$$

- Δ_n contiene 2^n subintervalos
abiertos y disjuntos.
- $I \setminus \bigcup_{i=0}^n \Delta_i$ contiene 2^{n+1} intervalos
cerrados

- La gráfica de F_μ^{n+1} puede

- creciente o decreciente
- La gráfica de f^{n+1} tiene exactamente 2^n globos en I .
 - Esto implica que f^n tiene 2^n puntos fijos (esto es f^n tiene 2^n pts periódicos de periodo n).

La construcción de

$$\Lambda = I \setminus (\Delta_0 \cup \Delta_1 \cup \dots \cup \Delta_n)$$

es mucho más complicada cuando $\mu > 4$ que cuando $\mu \leq 3$

| $\mu > 4$ |

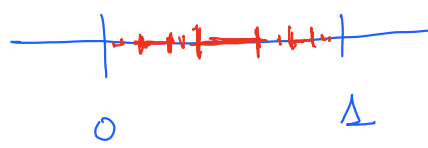
Es mucho más complicada la construcción de f^μ .



 2^n pts por periodo Δ

 $\rightarrow$ si n crece, los pts periodo crecen

 exponencialmente.



 $F_{\mu} / \mu > 4$

 (la división para estos

 pts en Δ) es interesante

 solo para $\Delta = I / \Delta_0 \cup \Delta_1 \cup \dots \cup \Delta_n$

la construcción de Δ no recuerda

 un ciclo de un tercio.

 que se obtiene siendo $1/3$ del intervalo

 por el medio

Ciclo Contar

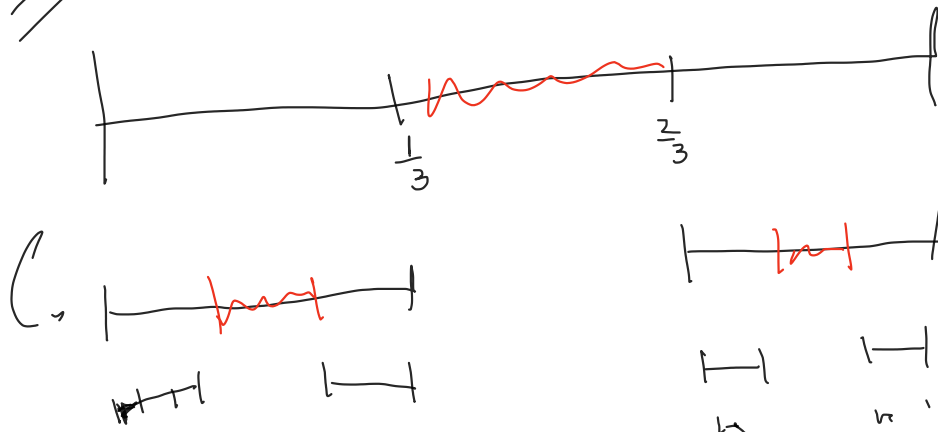
$\rightarrow$ 1. 1) Un ciclo es totalmente

~~Def~~ disconexo si contiene cpts que no son intervalos

2 Un cpto es perfecto si:
No tiene pts aislados.

③ Un cpto es de Cantor si es
Cerrado, totalmente desconexo
y subcptos perfectos de $\mathbb{I}$.

~~Ej~~ $\mathbb{I} = [0, 1]$



$\begin{matrix} & H & H & & H & H & & \dots \end{matrix}$
 $\xrightarrow{\text{glue cuts}} \dots - - - - -$

Teorema Si $\mu > 2 + \sqrt{5}$
 $\Rightarrow \Lambda = I \setminus \bigcup_{i=0}^{\infty} \Delta_i$ es un cto
 de cantor.

Tarea: Chequear que $\mu > 2 + \sqrt{5}$
 es suficiente para construir el
 cantor.

Procedimiento 3 / Escoger 2
 ejercicios de la lista 1.

Le Familia Medico y
explicar en un video

Fecha: martes 3/11/2020 23⁵⁹.