Ayudantía Trigonometría

Álgebra I
Primavera 2019

Problema 1: Demuestre las siguientes identidades trigonométricas, e indique los valores de α para los que es válida.

a) $\sec^4(\alpha) - \sec^2(\alpha) = \tan^2(\alpha)\sec^2(\alpha)$

b) $\operatorname{sen}^4(\alpha) + \cos^4(\alpha) = 1 - 2\operatorname{sen}^2(\alpha)\cos^2(\alpha)$

c) $\operatorname{sen}^6(\alpha) + \cos^6(\alpha) = 1 - 3\operatorname{sen}^2(\alpha)\cos^2(\alpha)$

Problema 2: Hallar las soluciones de las siguientes ecuaciones trigonométricas en el intervalo $[0, 2\pi]$

a) $\cos(2x) = 1 + 4\operatorname{sen}(x)$

b) $\cos(x) + \cos(3x) = 0$

Problema 3: Un científico amarró una rana al borde de la rueda en un molino de agua de un metro de radio, cuyo centro está exactamente en la superficie del agua (sus fines no eran los mejores). De manera inmediata, la rana es sacada del agua y gira junto con la rueda. La rueda gira en sentido antihorario, dando una vuelta completa cada 6 minutos.
En base a esta trágica situación, responda:

a) ¿Cuántos grados gira la rana cada minuto?

b) Si la rana recorre 30^{o}, ¿a qué altura de la superficie del río estará? Si en este preciso momento la rana, cansada de sufrir, se soltara para caer directamente hacia el agua, ¿a qué distancia del centro de la rueda caería?

c) Si la rana es vilmente amarrada al borde de la rueda,

   I) ¿Cuántos radianes giró la rueda para que la rana haya alcanzado una altura de 50cm sobre el nivel del agua? ¿Existe un único valor que responda esta pregunta?

   II) ¿Cuántos radianes gira la rueda para que la rana se encuentre a una distancia horizontal de $50\sqrt{3}$cm? ¿Es única esta solución?

   III) ¿Después de cuántos radianes la rana estará bajo el agua?

   IV) Si empezamos a contar desde que la rana sale del agua, ¿En cuánto tiempo llegará de nuevo al agua? ¿Qué distancia habrá recorrido?

   V) Si la rana permanece 5 horas en la rueda, ¿cuántas vueltas dio y qué distancia recorrió?

   VI) Si la rana estuvo 9 minutos y 45 segundos girando en la rueda, ¿quedó por sobre o por debajo de la superficie del agua? ¿A qué distancia quedó de ésta?