

## Ayudantía 16

Jueves 27 de Diciembre del 2018

1. Si  $f, g : I \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  tiene crecimiento lineal en la segunda variable, entonces  $f + g$  y  $kf$  también ( $k$  es una constante). Demuestre o refute.
2. Pruebe que si  $AB = BA$ , entonces  $\exp(A + B) = \exp(A)\exp(B)$ .
3. Sean  $D, N \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$  tales que  $D = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$  y  $N$  es una matriz nilpotente de orden  $m$ . Calcule  $\exp((D + N)t)$  si  $D$  y  $N$  conmutan y  $t \in \mathbb{R}$  es arbitrario.
4. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones diferenciales:
  - a)  $x'_1 = x_2 + x_3 + x_4, \quad x'_2 = x_3 + x_4, \quad x'_3 = x_4, \quad x'_4 = 0.$
  - b)  $x'_1 = -3x_1, \quad x'_2 = 3x_2 - 2x_3, \quad x'_3 = x_2 + x_3.$
  - c)  $x' = Ax, x(0) = (-1, 2)$ , donde  $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
  - d)  $x' = Ax, x(0) = (1, 1, 1, 1)$ , donde  $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$