

Ayudantía 15

Jueves 20 de Diciembre del 2018

1. Resuelva el sistema de ecuaciones diferenciales

$$x_1' = x_2 + 2x_3, \quad x_2' = 2x_3, \quad x_3' = 0$$

con la condición inicial $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 1$, $x_3(0) = 1$

2. Considere el sistema de ecuaciones diferenciales

$$x_1' = 2 \cos(t)x_2, \quad x_2' = -tx_1$$

con la condición inicial $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = -1$. Pruebe que este sistema tiene una solución única definida sobre un intervalo real $I \ni 0$.

3. Considere el sistema de ecuaciones diferenciales

$$x_1' = -5x_3 + e^t x_1, \quad x_2' = 3x_1 + e^{8 \sin(t)} x_3, \quad x_3' = x_1 + \ln(1 + |t|)x_2$$

con la condición inicial $x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1$. Pruebe que este sistema tiene una solución global que es única.

4. Sea $\beta \in \mathbb{R}$ una constante. Determine si la función $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por

$$f(t, x) = \begin{bmatrix} \cos(t)|x_1| - |x_2| + \\ t^5|x_2| + \beta|x_1|^2 \end{bmatrix}$$

tiene crecimiento lineal.

5. **(Ejercicio)** Diagonalice la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$, y con esto resuelva el sistema lineal

$$x' = Ax, \quad x(0) = (1, 2).$$