

Ayudantía 13

Jueves 13 de Diciembre del 2018

1. Considere el sistema

$$y_1' = 3y_1 + ty_3, \quad y_2' = y_2 + t^3y_3 \quad y_3' = 2ty_1 - y_2 + e^t y_3$$

Muestre que todo problema de valor inicial para este sistema tiene una solución única que existe para todo $t \in \mathbb{R}$.

2. Considere los sistemas

$$S_1 : \begin{cases} y_1' &= y_1 \\ y_2' &= y_2 \end{cases} \quad \text{y} \quad S_2 : \begin{cases} y_1' &= y_1 + \epsilon y_2 \\ y_2' &= \epsilon y_1 + y_2 \end{cases}$$

donde ϵ es una constante positiva.

- (a) Muestre que todo problema de valor inicial para estas ecuaciones tiene soluciones definidas en todo $t \in \mathbb{R}$.
- (b) Encuentre las soluciones $\vec{\varphi}$ y $\vec{\psi}$ del primer y segundo sistema respectivamente, con las condiciones iniciales $\vec{\varphi}(0) = \vec{\psi}(0) = (1, -1)$
- (c) Pruebe que

$$\|\vec{\varphi}(t) - \vec{\psi}(t)\| \rightarrow 0, \quad (\epsilon \rightarrow 0)$$

3. Calcule las primeras cuatro aproximaciones sucesivas para el problema

$$y_1' = y_2, \quad y_2' = -y_1, \quad y_1(0) = 0, \quad y_2(0) = 1$$