Curso: Ecuaciones Diferenciales
Profesor: Marius Mantoiu
Ayudantes: Fabián Hidalgo, Sebastián Rivera

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Matemáticas

Ayudantía 11

Martes 4 de Diciembre del 2018

1. Reescriba la ecuación diferencial lineal de orden n

$$x^{(n)} + a_{n-1}(t)x^{(n-1)} + ... + a_1(t)x' + a_0 x = f(t)$$

como un sistema **lineal** de ecuaciones diferenciales de primer orden.

2. Sea $f : R \subset \mathbb{R} \times \mathbb{C}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida sobre la región

$$R : |t| \leq 1, \qquad ||\vec{y}|| \leq 1$$

mediante
$$f(x, \vec{y}) = (y_2^2 + 1,\ t + y_1^2).$$

(a) Encuentre una cota superior M para $|f(x, \vec{y})|$ para $(x, \vec{y}) \in R$.

(b) Pruebe que $\vec{f}$ es Lipschitziana en su segundo argumento sobre R. Encuentre una constante de Lipschitz K.

3. Considere el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} y_1' &= ay_1 + by_2 \\ y_2' &= cy_1 + dy_2 \end{aligned}$$

donde $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ son constantes.

(a) Reescriba el sistema en la forma $\vec{y} = \vec{f}(t, \vec{y})$, indicando explícitamente la función $\vec{f}$.

(b) Muestre que la función $\vec{f}$ es Lipschitziana en su segundo argumento para todo $(t, \vec{y}) \in \mathbb{R} \times \mathbb{C}^2$.

(c) Muestre que la función $\vec{f}$ es lineal en $\vec{y}$, es decir,

$$\vec{f}(t, \alpha\vec{y} + \beta\vec{z}) = \alpha\vec{f}(t, \vec{y}) + \beta\vec{f}(t, \vec{z})$$

para todo $t \in \mathbb{R}, \alpha, \beta \in \mathbb{C}$ e $\vec{y}, \vec{z} \in \mathbb{C}^2$.

4. Encuentre una solución $\vec{\phi}$ del sistema

$$\begin{aligned} y_1' &= y_1 \\ y_2' &= y_1 + y_2 \end{aligned}$$

que cumpla la condición inicial $\vec{\phi}(0) = (1, 2)$.