

## Ayudantía 8

Martes 20 de Noviembre del 2018

1. Sean  $u \in C^1([a, b], \mathbb{R})$  y  $v \in C([a, b], \mathbb{R})$ . Pruebe que si  $u'(t) \leq v(t)u(t)$ , entonces

$$u(t) \leq u(a) \exp \left[ \int_a^t v(s) ds \right]$$

2. Resuelva el problema de valor inicial  $x' = ax, x(0) = 1$  usando el método de las aproximaciones sucesivas.

3. Exhiba dos soluciones distintas del problema de Cauchy

$$x' = t^{1/3}(x - 1)^{1/3}, \quad x(0) = 1$$

Explique por qué ello no contradice el Teorema de Picard-Lindelöf.

4. Considere el problema de Cauchy

$$x' = \frac{\sqrt{x+1}}{t^2+1}, \quad x(t_0) = x_0$$

Encuentre los valores de  $(t_0, x_0) \in \mathbb{R}^2$  para que:

- El problema de Cauchy no tenga solución.
- El problema de Cauchy tenga solución única, y en tal caso determínela.
- El problema de Cauchy tenga más de una solución, y en tal caso determínelas.