

## Ayudantía 6

Martes 5 de Noviembre del 2018

1. Considere la ecuación diferencial  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$  en un rectángulo  $R \subseteq \mathbb{R}^2$ . Encuentre condiciones para que esta ecuación tenga un factor integrante de la forma  $\mu(x, y) = h(x + y)$ .
2. Resuelva la ecuación de Riccati  $y' = (1 + x)y^2 - (2x + 1)y + x$ , siendo  $y_1(x) = x^k$  una solución particular (determine  $k$ ).
3. Muestre que el siguiente problema de Cauchy tiene más de una solución 
$$\begin{cases} x' &= \sqrt[3]{t} \cdot \sqrt[3]{x-1} \\ x(0) &= 1 \end{cases}$$
4. Pruebe que las funciones  $\|(x_1, \dots, x_n)\|_1 := |x_1| + \dots + |x_n|$  y  $\|(x_1, \dots, x_n)\|_\infty := \max\{|x_1|, \dots, |x_n|\}$  son normas en  $\mathbb{R}^n$ .
5. Pruebe que la función  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(t, x) = \cos(t + x)$  es de Lipschitz usando la norma  $\|\cdot\|_1$  del problema anterior.
6. Pruebe que toda función de Lipschitz  $f : D \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  es uniformemente continua.