Curso: Ecuaciones Diferenciales
Profesor: Marius Mantoiu
Ayudantes: Fabián Hidalgo, Sebastián Rivera

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Matemáticas

Ayudantía 5

Martes 30 de Octubre del 2018

1. Considere la ecuación diferencial de Ricatti $x' = a(t)x^2 + b(t)x + c(t)$, y suponga que $y(t)$ es una solución particular para esta ecuación. Pruebe que si $x(t) = y(t) + z(t)$, entonces $z(t)$ es solución de una ecuación diferencial de Bernoulli.

2. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales de Ricatti, sabiendo que $y(t)$ es una solución particular:

   a) $x' = t + 1 - tx^2 + 2t^2x - t^3, \qquad y(t) = 1 + t.$

   b) $x' = \sin^2(tx^2) + \dfrac{x}{\sin(t)\cos(t)} + \cos^2(t) = 0, \qquad y(t) = \cot(t)$

   c) $x' = t^2 + \dfrac{x}{t} - x^2, \qquad y(t) =?? \qquad x(1) = 2.$

3. Considere la ecuación diferencial $x' = f(t, x(t))$, siendo f una función que satisface

$$f(\lambda t, \lambda^\alpha x) = \lambda^{\alpha-1} f(t, x), \qquad \text{para algún } \alpha \neq 0$$

   Pruebe que el cambio de variables $x = z^\alpha$ transforma la ecuación en una homogénea. ¿Qué pasa si $\alpha = 0$?, ¿a qué se reduce el caso $\alpha = 1$?

4. Resuelva la ecuación $x' = \dfrac{x}{2t} - 3\dfrac{\sqrt{t}}{x^2}$.

Propuestos 5

1. Considere la ecuación diferencial $x' + 2(1-t)x - x^2 = t(t-2)$.

   a) Encuentre una solución particular de la forma $x = at + b$

   b) Encuentre la solución general.

   c) Encuentre una solución que pasa por el punto $(2, 2)$ y el intervalo máximo donde está definida.

2. Resuelva la ecuación diferencial
$$x' = \frac{t - x + 2}{t + x - 2}$$
   Ayuda: Piense en un cambio de variables de la forma $t = T + t_0$ y $x = X + x_0$, para algún par (t_0, x_0) adecuado.

3. Resuelva la ecuación diferencial
$$x' = \frac{2t + x - 6}{4t + 2x - 1}$$
   Ayuda: Verifique que NO puede aplicar lo anterior.