

Ayudantía 1

Martes 2 de Octubre del 2018

1. Verifique que la función $\varphi(t) = e^t - \sin(t)$ es solución de la ecuación diferencial

$$x'' - 2x' + x = 2 \cos(t).$$

2. Considere la ecuación diferencial $x''' - x'' + x' - x = 0$.

- Verifique que las funciones $\cos(t)$, $\sin(t)$ y e^t son soluciones.
- Demuestre que la combinación lineal de estas soluciones también es solución.
- Demuestre que las soluciones de la parte a) son linealmente independientes.
- Encuentre una solución que cumpla las condiciones iniciales

$$x(0) = 0, \quad x'(0) = 0, \quad x''(0) = 0.$$

3. Demuestre que la función $\varphi(t)$ es solución de la ecuación diferencial $x'' - 2tx = 0$, donde

$$\varphi(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}{(3n)!} \right) t^{3n}$$

4. En este problema resolveremos gráficamente la ecuación diferencial $x' = x$.

- Bosqueje las isoclinas para las pendientes $m \in \{-3, -2, \dots, 2, 3\}$.
- Bosqueje el campo de direcciones.
- Bosqueje las curvas integrales.

- d) Identifique gráficamente la curva solución del problema de Cachy $\begin{cases} x' &= x \\ x(0) &= 1 \end{cases}$

5. Resuelva la ecuación diferencial $x'' = \cos(t) + e^{-t}$ mediante integración directa. Encuentre una solución y tal que $y(0) = y'(0) = 0$.

Propuestos 1

1. Considere la ecuación diferencial $x'' - 2tx = 0$. En ayudantía se encontró una solución expresada en serie de potencias. Muestre que la siguiente función también es solución:

$$\psi(t) = t + \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}{(3n+1)!} \right) t^{3n}$$

2. Estime gráficamente la curva solución del problema de Cauchy $\begin{cases} x' &= t - x \\ x(0) &= 1 \end{cases}$ bosquejando las isoclinas, el campo de direcciones y las curvas integrales.

3. Sea la función φ una solución del problema de valor inicial $\begin{cases} x'' + xx' - t^3 &= 0, \\ x(-1) &= 1, \\ x'(-1) &= 2 \end{cases}$

Calcule $\varphi''(-1)$ y $\varphi'''(-1)$.

4. Muestre que el siguiente problema no tiene solución: $\begin{cases} x' &= 2t, \\ x(0) &= 0, \\ x(1) &= 100. \end{cases}$

Interprete geoméricamente este resultado.