GUIA 3 ECUACIONES DIFERENCIALES

1. $$x''(t) = 13\cos(t)$$

2. $$x'''(t) = 3t^3 - 45t + 2$$

3. $$x' + 1 = x^2$$

4. $$xx' + t = 0$$

5. $$x' \operatorname{ctg}(t) + x = 2$$

6. $$tx' + x = x^2$$

7. $$x' = -\frac{tx}{t+1}$$

8. $$x' = 10^{x+t}$$

9. $$x' = \frac{x(dt-c)}{t(a-bx)}, \quad \text{ecuación Lotka} - \text{Volterra.}$$

10. $$x' = \frac{x}{t} + \frac{t}{x}$$

11. $$x + 2 = (2t + x - 4)x'$$

12. $$tx' - x = t \operatorname{tg}\left(\frac{x}{t}\right)$$

13. $$(x' + 1)\ln\frac{x+t}{t+3} = \frac{x+t}{t+3}$$

14. $$x' = 2\frac{x+2}{t+x-1}$$

15.
$$tx' - 2x = 2t^4$$

16.
$$xt + e^t = tx'$$

17.
$$tx' + (t+1)x = 3t^2 e^{-t}$$

18.
$$x' + 2x = x^2 e^t$$

19.
$$x' = x\,\mathrm{tg}(t) + x^4 \cos(t)$$

20.
$$x' = (x + 2t - 3)^2$$

21.
$$x' - 2tx - x^2 = 0$$

22.
$$x' = \frac{x}{3t - x^2}$$

23. Mostrar que los dominios siguientes de $\mathbb{R}^2$ son estrellados:

$$\mathbb{R}^2, \quad \mathbb{R}^2 \setminus \{(t,0) \mid t \geq 0\}, \quad \{(t,x) \in \mathbb{R}^2 \mid |t| < 3,\ |x| < 5\}, \quad \{(t,x) \in \mathbb{R}^2 \mid t + x > 7\}\ .$$

24. Mostrar que los dominios siguientes de $\mathbb{R}^2$ no son estrellados:

$$\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}, \quad \{(t,x) \in \mathbb{R}^2 \mid x < t^2\}, \quad \{(t,x) \mid t^2 + y^2 < 4\} \setminus \{(1,1)\}.$$

25. Sean $(t_0, x_0) \in \mathbb{R}^2$ y $D \subset \mathbb{R}^2$. Mostrar que D es estrellado sss $D + (t_0, x_0)$ es estrellado.

26. Los campos vectoriales

$$(A,B) : (0,1) \times (0,2) \to \mathbb{R}^2, \quad A(t,x) := t^2 \cos(x), \quad B(t,x) = t^2 \cos(x),$$

$$(A,B) : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2, \quad A(t,x) = \frac{x}{t^2 + x^2}, \quad B(t,x) = \frac{t}{t^2 + x^2}$$

no son exactos.

27. Encontrar las soluciones generales de las ecuaciones diferenciales en $D \subset \mathbb{R}^2$:

$$x' = -\frac{2tx + 4t^3 x}{1 + t^2 + t^4}\,, \quad D = \mathbb{R}^2\,,$$

$$x' = -\frac{x^2 + 2tx}{t^2 + 2tx}\,, \quad D = (0,\infty) \times (0,\infty)\,,$$

$$x' = \frac{(x+1)\mathrm{sen}(t)}{\cos(t)}\,, \quad D = \{(t,x) \mid t^2 + x^2 < 1\}\,,$$

$$x' = -\frac{e^t x^2 + 2t}{2e^t x}\,, \quad D = \mathbb{R} \times (0,\infty).$$

28. Consideremos la ecuación diferencial

$$x' = -\frac{4t^3x}{1+t^a+3x^2}, \qquad (t,x) \in \mathbb{R}^2.$$

(a) Encontrar $a \in \mathbb{R}$ tal que la ecuación sea exacta.

(b) Expresar en forma implícita la solución general de la ecuación.

29. Resolver el problema de Cauchy

$$x' = \frac{1-e^x}{te^x}, \qquad x(2) = \ln(15)$$

en un dominio D conveniente.

30. Determine la función M de tal manera que la siguiente E. D. sea exacta:

$$M(x,y)dx + \big(xe^x y + 2xy + \frac{1}{x}\big)dy = 0\,.$$

31. Determine la función N de tal manera que la siguiente E. D. sea exacta:

$$\big(y^{1/2}x^{-1/2} + \frac{x}{x^2+y}\big)dx + N(x,y)dy = 0\,.$$

32. Resuelve por el método de las exactas las siguientes E. D.:

$$(2xy^2 + ye^x)dx + (2x^2y + e^x - 1)dy = 0\,,$$

$$(2x - y\sin xy - 5y^4)dx - (20xy^3 + x\sin xy)dy = 0\,,$$

$$(\sin xy + xy\cos xy)dx + (x^2\cos xy)dy = 0\,.$$