

GUIA 1 ECUACIONES DIFERENCIALES 2018

Problema 1.

Compruebe que la función indicada es una solución de la ecuación diferencial dada (a, b, c, d son números reales).

$$x'' + x = 0, \quad \varphi(t) = \sin(t), \quad \psi(t) = 0.$$

$$x'' - 5x' + 6x = 0, \quad \varphi(t) = -\pi e^{3t} + \frac{2}{3}e^{2t}, \quad \psi(t) = 0.$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 - t \frac{dx}{dt} + x = 0, \quad \varphi(t) = t^2.$$

$$x'' = a\sqrt{1 + (x')^2}, \quad \varphi(t) = (2a)^{-1} (e^{at} + e^{-at}).$$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = 0, \quad \varphi(x; a, b, c, d) = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

En este ultimo caso, halle la solución particular que satisface las condiciones iniciales

$$\varphi(0) = 1, \quad \varphi'(0) = 0, \quad \varphi''(0) = 1, \quad \varphi'''(0) = 6.$$

Problema 2.

Considere la ecuación $xy'' - (x+n)y' + ny = 0$, donde $n \in \mathbb{N}$.

- Muestre que $\varphi(x) = e^x$ es una solución.
- Muestre que $\varphi(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!}$ es una solución.

Problema 3

Halle una solución de $x' + x = \sin(t)$ de la forma $\psi(t) = C_1 \sin(t) + C_2 \cos(t)$, donde C_1, C_2 son constantes.

Problema 4

Halle un polinomio φ de segundo grado que sea una solución particular de la ecuación diferencial

$$2x' - x = 3t^2 - 13t + 7.$$

Problema 5

Encontrar $a, b \in \mathbb{R}$ tales que la función

$$\varphi : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad \varphi(t) := ate^{bt^2}$$

sea solución del problema de Cauchy

$$\begin{aligned}x' &= (6t + 1/t)x, \\x(5) &= 10.\end{aligned}$$

Problema 6

Mostrar que la función

$$\varphi : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{C}, \quad \varphi(t) := \ln(t + \sqrt{t^2 + 4}) - \ln 2$$

es solución de la ecuación diferencial

$$(2e^x - t)x' = \alpha$$

para un número real α . Calcular α .

Problema 7

Encontrar $a, b \in \mathbb{R}$ tal que la función

$$\varphi : (0, \infty), \quad \varphi(t) := ate^{bt^2}$$

sea solución del problema de Cauchy

$$x' = \left(6t + \frac{1}{t}\right)x, \quad x(5) = 10.$$