

ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS, TAREA 4.

PROF: LUIS ARENAS

- (1) Sea K un cuerpo de característica distinta de 2 y sea $L \supseteq K$ una extensión tal que $[L : K] = 2$. Probar que existe un elemento $\alpha \in K$ tal que $L = K(\sqrt{\alpha})$.
- (2) Sea $K = \mathbb{Q}(\beta)$, donde β es una raíz de $x^2 - 3x + 1$.
 - (a) Encuentre números racionales a y b tales que $a + b\beta$ es el inverso multiplicativo de $3 + 5\beta$.
 - (b) Encuentre el polinomio minimal sobre $\mathbb{Q}$ de $3 + 5\beta$.
- (3) Sea $K = \mathbb{Q}(\sqrt{1 + \sqrt{2}})$ y $F = \mathbb{Q}(\sqrt{3 + 2\sqrt{2}})$. Calcule los grados $[K : \mathbb{Q}]$ y $[F : \mathbb{Q}]$.
- (4) Calcule cuantos polinomios irreducibles de grado 30 hay en $\mathbb{F}_2[x]$.
- (5) Encuentre los grados de los factores irreducibles de $x^{30} - 1$ en $\mathbb{F}_2[x]$.
- (6) Encuentre los grados de los factores irreducibles de $x^{91} - 1$ en $\mathbb{F}_2[x]$ (Sugerencia: Encuentre n tal que $\mathbb{F}_{2^n}$ contiene a todas las raíces).