

AYUDANTÍA 7

Mecánica Cuántica 1D

Resumen

- ★ Ec. de Shrödinger unidimensional e independiente del tiempo:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\psi = E_n\psi \quad (1)$$

lo que con notación de Dirac resulta:

$$\hat{H} |\psi\rangle = E_n |\psi\rangle \quad (2)$$

Luego, la función de onda es una superposición de las posibles autofunciones ψ_i , esto es:

$$\psi = \sum_i C_i \psi_i \quad (3)$$

donde C_i son constantes que pueden ser números complejos.

- ★ Densidad de probabilidad (de encontrar a la partícula en cierta posición x):

$$\rho(x) = \psi^* \psi \implies \int \psi^* \psi \, dx = 1 \quad (4)$$

- ★ Valor de expectación de alguna variable A :

$$\langle A \rangle = \langle \psi | A | \psi \rangle = \int \psi^* A(x) \psi \, dx = \int A \rho(x) \, dx \quad (5)$$

- ★ Oscilador Armónico Cuántico:

- Potencial:

$$V(x) = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \quad (6)$$

- Autoenergías:

$$\hat{H} |\psi\rangle = E_n |\psi\rangle = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) |\psi\rangle \quad (7)$$

- Autofunciones:

$$\langle \psi_i | \psi_j \rangle = \delta_{ij} \quad (8)$$

Problemas

P1. Una partícula está descrita por la función de onda $\psi = 0$ para $x < 0$, y

$$\psi = A \exp\left(-\frac{x}{L}\right)$$

para $x \geq 0$.

- Encuentre la constante A .
 - Calcule la probabilidad de encontrar a la partícula en la región $x \geq L$.
 - Calcule Δx .
- P2.** Considere una partícula de masa m en un potencial de la forma $V(x) = \frac{1}{2}kx^2$, que en $t = 0$ se encuentra en un estado $\psi = C_1\psi_1 + C_2\psi_2$. Calcule el valor esperado para la energía en función de solo un parámetro libre (C_i).
- P3.** Considere un oscilador armónico cuántico en una dimensión de masa m y carga e que es afectado por un campo eléctrico \mathcal{E} en la dirección \hat{x} , de modo que el potencial viene dado por

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 - e\mathcal{E}x .$$

- Demuestre que la ec. de Shrödinger para este sistema puede ser resuelta de forma exacta. Encuentre sus autoenergías y autofunciones.
- Encuentre el valor esperado para el momento dipolar $\langle ex \rangle$.