

AYUDANTÍA 5

Mecánica Cuántica Vieja

Resumen

★ Primer postulado del modelo de Bohr:

Los electrones describen órbitas circulares en torno al núcleo del átomo, o centro de masas del sistema, sin irradiar energía.

$$\vec{F}_N = -m \frac{v^2}{r} \hat{r} \quad (1)$$

★ Segundo postulado del modelo de Bohr:

Las únicas órbitas permitidas para un electrón son aquellas para las cuales el momento angular, L , del electrón sea un múltiplo entero de $\hbar$.

$$L = mvr = n\hbar \quad (2)$$

★ Radios permitidos en orbitales de un átomo:

$$r_n = \frac{\hbar^2 n^2}{km_e e^2 Z} = a_0 n^2 \quad (3)$$

donde $a_0 \approx 0,5 \text{ \AA}$ es el radio de Bohr, Z es el número atómico y k la constante de fuerza de Coulomb.

★ Energías permitidas en orbitales de un átomo:

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{k^2 m_e e^4 Z^2}{n^2 \hbar^2} \quad (4)$$

que en el caso del primer orbital del Hidrógeno: $E_0 = -13,6 \text{ eV}$.

★ Tercer postulado del modelo de Bohr:

El electrón solo emite o absorbe energía en los saltos de una órbita permitida a otra. En dicho cambio emite o absorbe un fotón cuya energía es la diferencia de energía entre ambos niveles. Este fotón, según la ley de Planck tiene una energía:

$$h\nu = E_{n_f} - E_{n_i} \implies \frac{1}{\lambda} = \frac{k^2 m_e e^4 Z^2}{4\pi c \hbar^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (5)$$

Claramente para el caso de la luz $m = 0$. Luego $E_{\text{fotón}} = |p|c = h\nu$.

★ Regla de cuantización de Bohr-Sommerfeld:

$$nh = \oint \sqrt{2m(E - U(x))} dx \quad (6)$$

★ Densidad de frecuencia de modos de luz y su energía promedio (fórmula de Planck) en un cuerpo negro:

$$\rho(\nu) = \frac{dn}{d\nu} = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 \quad \text{y} \quad \langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad (7)$$

Problemas

P1. Demuestre que:

- a) La energía de un electrón en un orbital solo depende del radio.
- b) A partir del resultado en a) y la ec. (2) es posible encontrar los radios permitidos, tal como muestra la ec. (3).
- c) La energía depende solo del número de orbital.
- d) Explique qué significa la energía E_0 que se encuentra abajo de la ecuación (4).

P3. Un átomo de Positronium (Ps) está compuesto por un positrón y un electrón unidos de forma análoga a lo que sería un átomo de Hidrógeno.

- a) Determine los radios de las órbitas de Bohr para el Ps. ¿En qué se diferencia con el átomo de Hidrógeno?
- b) Determine los niveles de energía del Ps y compárelos con los del Hidrógeno.

P3. Utilice la formula de Planck para demostrar que la energía radiada por unidad de tiempo y área es proporcional a T^4 . Además encuentre la constante de proporcionalidad.