

Profesor: M. I. Molina

Ayudante: I. Gallo

Física contemporanea: Guía para la miniprueba #2

1. Dos naves espaciales A y B se mueven en direcciones opuestas. Si un observador en la Tierra mide que la velocidad de A es $0.75c$, y que la velocidad de B es de $0.85c$, encuentre la velocidad de B con respecto a A.
2. Una barra de longitud L_0 se mueve con velocidad v a lo largo de la dirección x. La barra hace un ángulo θ_0 , con respecto al eje x del sistema en reposo con la barra.
 - (a) Muestre que la longitud de la barra medida por un observador estacionario está dada por $L = L_0[1 - (v/c)^2 \cos^2(\theta_0)]^{1/2}$.
 - (b) Muestre que el ángulo que la barra hace con el eje x del sistema estacionario es $\tan(\theta) = \gamma \tan(\theta_0)$.Estos resultados muestran que la barra está contraída y rotada a la vez.

3. Una fuente de luz se aleja de un observador con una velocidad v_s , la cual es pequeña comparada con c .
 - (a) Demuestre que el corrimiento fraccional en la longitud de onda medida, está dada aproximadamente por

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{v_s}{c}$$

Este resultado se conoce como “corrimiento al rojo”.

- (b) Mediciones espectroscópicas de la luz de $\lambda = 397 \text{ nm}$ desde una galaxia en la Osa Mayor, revela un corrimiento al rojo de 20 nm. Cuál es la velocidad con que retrocede la galaxia?
4. Un astronauta orbita la Tierra a una distancia radial de $7 \times 10^6 \text{ m}$ (desde el centro) por una semana. Cuanto mas joven será que su hermano mellizo, cuando aterrice? (desprecie la rotación de la Tierra y otros efectos gravitacionales).
 5. Un viajero espacial acelera continuamente a razón de 9.8 m/s^2 en su sistema de reposo instantáneo. Si parte en reposo desde la Tierra, qué tan lejos ha viajado cuando en la Tierra haya transcurrido un tiempo t ? Cuanto le demora alcanzar una velocidad de $c/2$?
 6. Demuestre que las ecuaciones de Maxwell para la propagación de ondas electromagnéticas son invariantes de Lorentz.
 7. Una partícula de masa en reposo M_0 está en reposo en el laboratorio, cuando decae en tres partículas idénticas cada una de masa m_0 . La primera partícula sale con velocidad $(4/5)c$ en la dirección $-\mathbf{x}$; la segunda partícula sale en la dirección $-\mathbf{y}$ con velocidad $(3/5)c$.
 - (a) Calcule la dirección (con respecto al eje $\mathbf{x}$) y la velocidad de la tercera partícula.
 - (b) Encuentre el cociente M_0/m_0 .

8. Demuestre que los siguientes procesos son imposibles:
- Un solo fotón choca contra un electrón estacionario y le transfiere toda su energía.
 - Un solo fotón en el vacío es transformado en un electrón más un positrón.
 - Un positrón rápido y un electrón estacionario se aniquilan mutuamente, produciendo un solo fotón.
9. Considere el decaimiento de un nucleo radiactivo en reposo por emision de particulas alfa

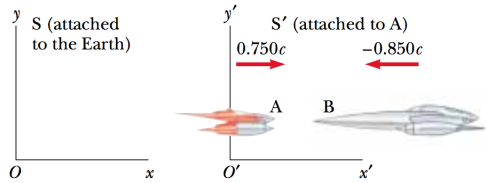
$$X \rightarrow Y + \alpha. \quad (1)$$

Definimos la energia de desintegracion Q como $Q \equiv (M_X - M_Y - M_\alpha)c^2$. Esta energia debe ser compartida entre la particula alfa y el nucleo Y con el objeto de conservar la energia y el momento del proceso de decaimiento. Encuentre una expresion para la energia cinetica K_α en terminos de Q y las masas en reposo de los nucleos. A partir de lo anterior, halle K_α en el limite no-relativista.

10. Un fotón de energia E viajando en la direccion $+x$ colisiona elasticamente con un electron de masa m moviendose en la direccion opuesta. Despues de la colision, el foton se mueve a lo largo de la direccion $-x$ con la misma energia E .
- Demuestre que los momentos iniciales y finales del electron son iguales y opuestos y de magnitud E/c .
 - En base a lo anterior demuestre que la velocidad del electron es

$$v/c = (1 + (mc^2/E)^2)^{-1/2} \quad (2)$$

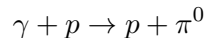
11. Dos naves espaciales A y B se mueven en direcciones opuestas, como lo muestra la figura. Un observador en la Tierra mide que la velocidad de la nave A es de $0.750c$, y que la velocidad de la nave B es de $0.850c$. Encuentre la velocidad de la nave B, medida desde la nave A.



12. Una particula de masa M decae en vuelo en dos particulas m_1 y m_2 . m_1 tiene momentum p_1 y energia total E_1 , mientras que m_2 tiene momentum p_2 y energia total E_2 . p_1 y p_2 hacen un ángulo θ .

Utilizando la informacion que la cantidad $E^2 - c^2|\vec{p}|^2$ es un invariante relativista, demuestre que $E_1 E_2 - p_1 p_2 \cos(\theta)$ es un invariante, y calcule el valor de tal invariante.

13. Un rayo gama interacciona con un proton estacionario y produce un pion neutral de acuerdo al esquema:



Calcule la energia umbral dado $M_p = 940$ Mev y $M_\pi = 135$ Mev.

14. Un objeto se desintegra en dos fragmentos. Uno de los fragmentos tiene una masa de $1.0MeV/c^2$ y un momentum de $1.75MeV/c$ en la dirección x positivo. El otro fragmento tiene una masa $1.5MeV/c^2$ y un momentum de $2.0Mev/c$ en la direccion y positivo. Hallar (a) La masa (b) la velocidad del objeto original.
15. Imagine que todo el Sol colapsara a una esfera de radio R_g , de modo que el trabajo requerido para remover una pequena masa m desde la superficie sea igual a su energía en reposo, mc^2 . este radio se llama el “radio gravitatorio” del Sol. Encuentre R_g .
16. Una partícula de masa m moviéndose a lo largo del eje x con velocidad $+u$ colisiona frontalmente y queda adherida a una partícula de masa $m/3$ moviendose a lo largo del eje x con velocidad $-u$. Cuál es la masa de la partícula resultante?
17. Un rayo gama (onda electromagnética de alta frecuencia) se comporta en colisiones como una partícula de masa en reposo cero. Un rayo gama puede chocar contra un electrón y desaparecer, y su energía usada para crear un electrón y un positrón, cada uno de masa m_e . Demuestre que si el electrón original está en reposo, este proceso requiere que el rayo gama posea una energía de al menos $4m_e c^2$.
18. Una partícula de carga eléctrica q se mueve con velocidad u a lo largo del eje x en presencia de un campo eléctrico uniforme E , también dirigido a lo largo de x .
 - (a) Demuestre que la aceleración de la partícula está dada por

$$a = \frac{du}{dt} = \frac{qE}{m} \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right)^{3/2}$$

- (b) Encuentre la velocidad de la partícula para todo instante t , y muestre que es siempre menor a la velocidad de la luz.
 - (c) Encuentre la posición de la partícula para todo instante t , suponiendo que parte del reposo en $t = 0$.
19. Una partícula de masa en reposo m_1 y velocidad v_1 colisiona con una partícula de masa en reposo m_2 y ambas partículas se funden en una. Encuentre la masa M y la velocidad V de la partícula compuesta en terminos de m_1, m_2 y v_1 .