

AYUDANTÍA 4

Relatividad Especial

Resumen

- Transformaciones de Lorentz (de un sistema S (en reposo) a S' , con velocidad relativa v \hat{x}):

$$\boxed{ct' = \gamma(ct - \beta x)} \quad , \quad \boxed{x' = \gamma(x - vt)} \quad , \quad \boxed{y' = y} \quad \text{y} \quad \boxed{z' = z} \quad (1)$$

donde $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ y $\beta = v/c$.

- Contracción de Lorentz y dilatación del tiempo:

$$\boxed{L = L_0 \sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{y} \quad \boxed{\Delta t = \gamma \Delta \tau} \quad (2)$$

- Momentum relativista de un cuerpo de masa m :

$$\boxed{p_i = \gamma m v_i} \quad (3)$$

- Energía de un cuerpo de masa m , rapidez v y momentum p :

$$\boxed{E = \gamma m c^2 = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}} \quad (4)$$

Claramente para el caso de la luz $m = 0$. Luego $E_{\text{fotón}} = |p|c = h\nu$.

- Segunda ley de Newton relativista:

$$\boxed{\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\gamma\mathbf{v})} \quad (5)$$

Problemas

P1. Demuestre que los siguientes procesos son imposibles:

- Un solo fotón choca contra un electrón estacionario y le transfiere toda su energía.
- Un solo fotón en el vacío es transformado en un electrón más un positrón.
- Un positrón rápido y un electrón estacionario se aniquilan mutuamente, produciendo un solo fotón.

P2. Una barra de longitud L_0 se mueve con velocidad v a lo largo del eje x . La barra hace un ángulo θ_0 , con respecto a la horizontal del sistema en reposo con la barra.

- Encuentre la relación entre la longitud L y L_0 , donde L es la longitud de la barra medida por el observador estacionario.
- Obtenga una relación entre los ángulos θ y θ_0 , donde θ está medido por el observador estacionario.

P3. Una partícula de carga eléctrica q se mueve con velocidad $u(t)$ a lo largo del eje x en presencia de un campo eléctrico uniforme E , también dirigido a lo largo de x . Demuestre que la aceleración se puede expresar como

$$a = \frac{du}{dt} = \frac{qE}{m} \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2}.$$

Además, obtenga u y la posición x para todo tiempo t .