AYUDANTÍA 3

Relatividad Especial

Resumen

- Transformaciones de Lorentz (de un sistema S (en reposo) a S' , con velocidad relativa v $\hat{x}$):

$$\boxed{ct' = \gamma(ct - \beta x)} \quad , \quad \boxed{x' = \gamma(x - vt)} \quad , \quad \boxed{y' = y} \quad \text{y} \quad \boxed{z' = z} \quad (1)$$

donde $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ y $\beta = v/c$.

- Contracción de Lorentz y dilatación del tiempo:

$$\boxed{L = L_0 \sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{y} \quad \boxed{\Delta t = \gamma \Delta \tau} \quad (2)$$

- Invariancia del Intervalo Δs^2 :

$$\boxed{\Delta s^2 = -c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2 = -c^2 \Delta t'^2 + \Delta x'^2} \quad (3)$$

- Momentum relativista de un cuerpo de masa m :

$$\boxed{p_i = \gamma m v_i} \quad (4)$$

- Energía de un cuerpo de masa m , rapidez v y momentum p :

$$\boxed{E = \gamma m c^2 = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}} \quad (5)$$

Claramente para el caso de la luz $m = 0$. Luego $E_{\text{fotón}} = |p| = h\nu$.

Problemas

- P1.** Sea un observador O' que se mueve sobre el eje $\hat{x}$ de un sistema S con velocidad v . Ahora, considere que O' tiene una fuente de frecuencia ν' (según O') que propaga luz en todas direcciones. Considere ahora un observador O que está quieto respecto a S , que inicialmente se encuentra a una distancia d de O' , y que sus coordenadas x e y (según S) son $(d \cos \theta, -d \sin \theta)$. Bosqueje la situación y encuentre la frecuencia ν de la luz que mide el observador O . Evalúe para ciertos ángulos θ y reobtenga casos conocidos.
- P2.** Encuentre la ley de suma de velocidades relativista y evalúe el límite para $\beta \ll 1$.
- P3.** Demuestre que los siguientes procesos son imposibles:
- Un solo fotón choca contra un electrón estacionario y le transfiere toda su energía.
 - Un solo fotón en el vacío es transformado en un electrón más un positrón.
 - Un positrón rápido y un electrón estacionario se aniquilan mutuamente, produciendo un solo fotón.
- P4.** Una partícula de carga eléctrica q se mueve con velocidad $u(t)$ a lo largo del eje x en presencia de un campo eléctrico uniforme E , también dirigido a lo largo de x . Demuestre que la aceleración se puede expresar como

$$a = \frac{du}{dt} = \frac{qE}{m} \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2}.$$

Además, obtenga u y la posición x para todo tiempo t .