Departamento de Física—Facultad de Ciencias—U. de Chile
Primer Semestre 2018

Profesor: M. I. Molina **Ayudante**: I. Gallo

Fisica contemporanea I: Guía #1

1. Suponga un recipiente cerrado de moléculas idénticas de masa m y velocidad v que ejercen una presión p sobre las paredes del recipiente. Si reemplazamos la mitad de ellas por moléculas de masa $m/2$ y velocidad $2v$, cómo varía la presión?

2. Considere un gas ideal de moléculas de N_2 (Nitrógeno), sobre la superficie de la Tierra, y a temperatura ambiente. A esta temperatura, que fracción de las moléculas posee energía suficiente para escapar de la gravedad terrestre ?

3. El flujo de neutrones a través de un área en el centro de un cilindro es de alrededor 4×10^{16}[neutrones/m^{2}s]. Suponer que los neutrones tienen una distribución de velocidades vectoriales Maxwellina correspondiente a una temperatura de $T = 300$K. Estos son los llamados neutrónes térmicos.

   a) Hallar el número de neutrónes térmicos por metro cúbico.

   b) Hallar la presión parcial del gas neutrónico.

4. Encuentre la distribución del momento lineal para N moléculas que se encuentran en un recipiente en función de su velocidad promedio.

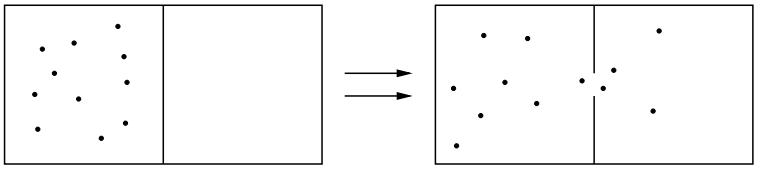
5. Para un gas ideal:

   a) Obtener la energía de traslación molecular media a partir de la distribución de Maxwell expresada como distribución de energías.

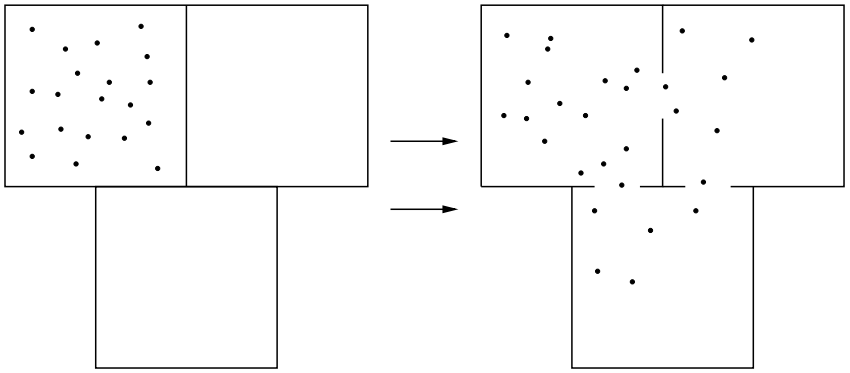
   b) Calcular la fracción de moléculas de un gas que tienen un valor de v_x^2 mayor que la velocidad cuadrática media $< v_x^2 >$. Demuestre que esta fracción es independiente de la temperatura de los gases.

6. Demuestre que $\langle v^2 \rangle > \langle v \rangle^2$, para *cualquier* distribución de velocidades.

7. Un cilindro cerrado de volumen $2V$ se divide en dos compartimientos iguales mediante un delgado tabique. El lado izquierdo contiene inicialmente un gas ideal a la presión p_0 y el lado derecho está evacuado. En el instante $t = 0$ el tabique se perfora dejando un pequenño orificio de área A. suponiendo que la temperatura permanece constante y es la misma en ambos lados, encuentre las presiones de cada lado en función del tiempo.



8. Para el problema anterior resuelva el caso en que se tienen 3 compartimientos, cada uno de volumen V. Inicialmente el primer compartimiento tiene una presión p_0 y los compartimientos siguientes están evacuados. Si los tabiques que separan los compartimientos son perforados al mismo tiempo, vuelva a calcular las presiones en cada uno de los compartimientos en función del tiempo.



9. Quince particulas idénticas tienen diversas velocidades: una tiene una velocidad de 2.0 m/s, dos tienen velocidades de 3.0 m/s; tres tienen velocidades de 5.0 m/s; cuatro tienen velocidades de 7.0 m/s; tres tienen velocidades de 9.0 m/s y dos tienen velocidades de 12.0 m/s. Encuentre la velocidad promedio $< V >$, la velocidad cuadrática media $\sqrt{< V^2 >}$, y la velocidad más probable de estas partículas.

10. Para un gas ideal:
    a) Obtener la energía de traslación molecular media a partir de la distribución de Maxwell expresada como distribución de energías.
    b) Calcular la fracción de moléculas de un gas que tienen un valor de v_x^2 mayor que la velocidad cuadrática media $\langle v_x^2 \rangle$. Demuestre que esta fracción es independiente de la temperatura de los gases.

11. Considere un oscilador armónico simple de frecuencia ω y amplitud máxima x_0.
    (a) Halle la función densidad de probabilidad para el oscilador, es decir, la probabilidad de que el oscilador sea hallado en el intervalo entre x y $x + dx$, como función de x.
    (b) Grafiquela en todo el rango permitido, y muestre que está normalizada a uno.
    (c) Evalúe $< x >$, $\sqrt{< x^2 >}$ y la posición más probable.
    (d) Cuál es la probabilidad de hallar el oscilador entre $x = 0$ y $x = x_0/2$? Compárela con la probabilidad de hallarlo entre $x = x_0/2$ y $x = x_0$. Cuál es mayor?

12. Considere un recipiente 1D conteniendo un gas de partículas no interactuantes. Suponga que la densidad de probabilidad de hallar una partícula en posición x entre $x = 0$ y $x = L$ es proporcional a $\sin(2\pi x/L)^2$, y cero cuando $|x| > L$. Encuentre la distribución normalizada para la posición de las partículas, y halle la posición promedio $\langle x \rangle$.

13. Deduzca la distribución de Maxwell-Boltzmann para un gas ideal bidimensional. Calcule la velocidad media $\langle v \rangle$, la velocidad más probable v_{mp} y $\sqrt{v^2}$, como funciones de la temperatura.

14. Dada la distribucion de Maxwell-Boltzmann (en 3D), calcule $< 1/v >$ y $< 1/v^2 >$

15. Suponga una nave espacial en 2D donde la presión interna es P_0 inicialmente. Si en cierto instante se produce una pequena rotura en el casco de la nave (debida a un micrometeorito), halle el comportamiento de la presión como función del tiempo.

16. Considere la funcion distribucion dada por

$$f(x) \propto \begin{cases} 2 & \text{si } -2 < x < -1 \text{ y } 1 < x < 2 \\ 3 & \text{si } -1 < x < 1 \\ 1 & \text{si } 2 < x < 3 \\ 0 & \text{fuera} \end{cases}$$

(a) Normalice f(x) de modo que pueda representar a una distribucion de probabilidad.
(b) Calcule $< x >$
(c) Calcule $< x^2 >$ y $\Delta x \equiv \sqrt{< x^2 > - < x >^2}$.

17. En presencia de un potencial externo $U(\mathbf{r})$ la función distribución de un gas no es uniforme, sino que toma la forma

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = C\ e^{-\frac{1}{kT}(\frac{p^2}{2m} + U(\mathbf{r}))}.$$

Considere una columna de gas bajo gravedad la cual posee una temperatura T independiente de la altura z.
(a) Muestre que la densidad como función de la altura esta dada por

$$n(z) = n(0)e^{-mgz/kT}.$$

(b) Que fracción del gas H_2 que esta a nivel del mar y a temperatura de 300K puede escapar del campo gravitatorio de la Tierra?
(c) Por que existe todavia H_2 en la atmósfera a nivel del mar?