

AYUDANTÍA 1

Teoría Cinética

Resumen

- Promedio de una cantidad $A(v)$ sobre la distribución:

$$\langle A \rangle = \frac{\int A f(v) d^3v}{\int f(v) d^3v}. \quad (1)$$

- Distribución de Maxwell-Boltzmann (N -dimensional):

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{N/2} e^{-mv^2/2k_B T}, \quad \text{con } N = 1, 2, 3. \quad (2)$$

- Técnica para resolver integrales sin el llamado *truco de Feynman*:

Típicamente queremos resolver integrales de la forma:

$$I = \int_0^\infty x^n e^{-\alpha x^m} dx = \frac{1}{m} \alpha^{-\frac{n+1}{m}} \int_0^\infty t^{\frac{n+1}{m}-1} e^{-t} dt = \frac{1}{m} \alpha^{-\frac{n+1}{m}} \Gamma\left(\frac{n+1}{m}\right), \quad (3)$$

donde Γ es la función Gamma y adopta valores típicos

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}, \quad \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}, \quad \Gamma(n+1) = n\Gamma(n).$$

P1. Para un gas ideal:

- Obtenga la función de distribución de Maxwell en función de la energía, $f(E)$.
- Con la función encontrada en *a*) obtenga la energía de traslación media de una molécula.
- Calcular la fracción de moléculas que tienen un valor de v_x^2 mayor que la *velocidad cuadrática media* $\langle v_x^2 \rangle$.

P2. Considere un oscilador armónico simple de frecuencia ω y amplitud máxima x_0 :

- Halle la función de densidad de probabilidad, $f(x)$, para el oscilador, es decir, la probabilidad de que el oscilador sea encontrado en el intervalo x y $x + dx$.
- Grafíquela en el rango permitido.
- Evalúe $\langle x \rangle$, $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$, y la posición más probable.
- ¿Cuál es la probabilidad de hallar al oscilador entre $x = 0$ y $x = x_0/2$? Compárela con la probabilidad de encontrar al oscilador entre $x = x_0/2$ y $x = x_0$. ¿Cuál es mayor?

P3. Suponga una nave espacial en 2D donde la presión interna es P_0 inicialmente. Si en cierto instante se produce una pequeña rotura en el casco de la nave (debida a un micro meteorito), halle el comportamiento de la presión interna a la nave en función del tiempo.

P4. Obtenga la rapidez más probable en las moléculas de un gas ideal. Evalúe $\langle v \rangle$ y $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$.