



Mecánica II - Relatividad Especial

Ayudantía 05



Profesor: Felipe Torres.

Fecha: Semana del 15 de Octubre, 2018.

Ayudantes: J. Clark - F. Corvacho - P. Medina.

Problema 01. Dos naves espaciales se mueven en direcciones opuestas. Si un observador en la Tierra mide que la velocidad de la nave A es $0,75c$, y que la velocidad de la nave B es $0,85c$, encuentre la velocidad de B con respecto a A.

Problema 02. En 1962, cuando Scott Carpenter orbitó la Tierra 22 veces, la prensa afirmó que por cada órbita el envejecía 2 millonésimas menos que si se hubiera quedado en la Tierra.

- (a) Asumiendo que se hallaba a 160km sobre la superficie de la Tierra, en una órbita circular. Determine la diferencia de tiempo entre alguien en la Tierra y el astronauta debido a las 22 órbitas.
- (b) ¿Tenía razón la prensa en sus especulaciones? Explique.

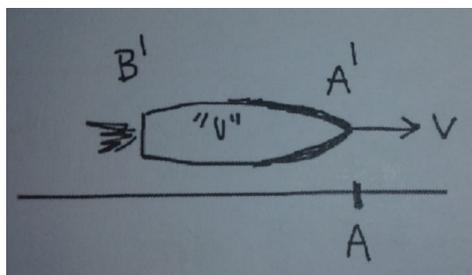
Problema 03. Un protón con $\gamma = 1/\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ colisiona elásticamente con un protón en reposo. Si los dos protones rebotan con igual energía, ¿cuál es el ángulo θ entre ellos?. ¿Qué límite debería evaluar para recuperar el resultado clásico? Explique.

Problema 04. Demuestre que la pérdida fraccionaria de energía ($\Delta E/E$) de un fotón durante una colisión de Compton, está dada por

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{h\nu}{mc^2}(1 - \cos\theta).$$

Ejercicios Adicionales

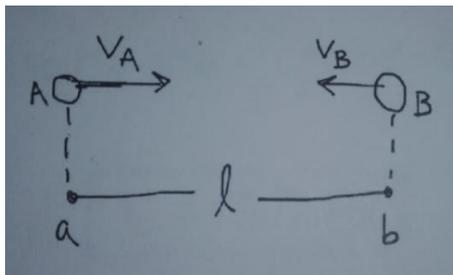
Problema 05. Una nave espacial de longitud propia l_0 viaja a velocidad v relativa a un sistema de referencia S. La nariz de la nave pasa por el punto A (en el sistema S) al tiempo $t = t' = 0$. En ese instante se emite una señal luminosa de A' a B' (cola de la nave).



- (a) Determine el tiempo t' (tiempo de la nave) que demora la señal en alcanzar la cola.

- (b) ¿A qué tiempo t_1 en S la señal alcanza la cola?
- (c) ¿A qué tiempo t_2 en S la cola de la nave pasa por el punto A?

Problema 06. Una persona en la Tierra observa dos cohetes que se mueven directamente uno contra del otro y colisionan. En el tiempo $t = 0$ con respecto al sistema de referencia en la Tierra, el observador determina que el cohete A, que viaja hacia la derecha a $v_a = (4/5)c$, está en el punto a y el cohete B está en el punto b viajando hacia la izquierda a $v_B = (3/5)c$. Los cohetes están separados por una distancia inicial $l = 4,2 \times 10^8 \text{m}$.



- (a) En el sistema de referencia de la Tierra, ¿Cuánto tiempo pasa hasta que los cohetes colisionan?
- (b) ¿A qué velocidad se está acercando el cohete B con respecto al sistema de A? ¿A qué velocidad se está acercando el cohete A con respecto al sistema de referencia de B?

Problema 07 (Suma de velocidades). Demostrar que si en el sistema S' se cumple $v'_y = c \sin(\phi)$ y $v'_z = c \cos(\phi)$, entonces en el sistema S

$$v_y^2 + v_z^2 = c^2$$

El sistema S' se mueve con velocidad $V \hat{x}$ respecto al sistema S.

Problema 08 (Velocidades Galácticas). Observamos una galaxia retrocediendo en un sentido determinado a una velocidad $v = 0,3c$, y otra retrocediendo en sentido contrario con la misma velocidad. ¿Qué velocidad de alejamiento de una de las galaxias apreciará un observador situado en la otra?

Problema 09 (Mesones π^+). Un grupo de 10^4 mesones π^+ se mueven en una trayectoria circular de radio 20m a una velocidad $v = 0,99c$. La vida media propia del mesón π^+ es $\tau = 2,5 \times 10^{-8} \text{s}$.

- (a) ¿Cuántos sobrevivirán cuando el grupo retorne a su punto de partida?
- (b) ¿Cuántos mesones quedarán en un grupo que hubiese quedado en reposo en el origen durante este mismo periodo de tiempo?

Problema 10. Un haz de fotones altamente energético incide sobre un metal extrayendo electrones relativistas. Determinar la velocidad de dichos electrones en función de la diferencia entre la frecuencia incidente y la frecuencia de corte.

Problema 11. Considere una colisión inelástica entre dos partículas de igual masa con igual velocidad v pero opuestas.

- (a) Verifique la conservación del momento para un sistema en reposo y luego mediante las Transformaciones de Lorentz, para un sistema en movimiento con velocidad v .
- (b) Ahora verifique lo anterior con la definición de momentum relativista $p = \gamma mv$.