



# Ayudantía Convergencia

Cálculo I  
Otoño 2018

Universidad de Chile  
Facultad de Ciencias  
Departamento de Matemática

**Problema 1:** Sea  $0 < a < 1$ . Consideremos la sucesión cuyo término general es  $x_n = 1 + a + a^2 + \dots + a^n$

- Pruebe que  $x_n = \frac{1 - a^{n+1}}{1 - a}$
- Muestre que  $(x_n)$  es creciente y acotada
- Demuestre que  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  existe y encuentre su valor

**Problema 2:** Calcular los siguientes límites de sucesiones.

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + n - n^2}{3n^2 + 1}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + \frac{1}{2^n}}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 + n} + 3}{n^2 - 1}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cos(2n)}{3^n}$

**Problema 3:** Se dice que una sucesión  $(x_n)$  es periódica cuando existe  $p \in \mathbb{N}$  tal que  $x_{n+p} = x_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$ . Pruebe que toda sucesión periódica convergente es constante.

**Problema 4:** Sea  $(x_n)$  una sucesión monótona que tiene una subsucesión convergente. Demuestre que  $(x_n)$  también converge.

**Problema 5 :** Dado  $a > 0$ , se define inductivamente la sucesión  $(x_n)$  mediante  $x_1 = \sqrt{a}$  y  $x_{n+1} = \sqrt{a + x_n}$ . Muestre que  $(x_n)$  es convergente y calcule su límite:

$$L = \sqrt{a + \dots}}}}}}}$$