Ayudantía 19

Viernes 24 de Agosto del 2018

1. Dados $a, b \neq 0$, calcule el área encerrada en el primer cuadrante por la elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ y las rectas $y = \sqrt{3}x$ e $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$.

2. Pruebe que

$$0 \leq \frac{4}{\pi^2} \int_{-R}^R \left(\int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \cos^2(x^{2018}y^{2018}) \sin^2(\sqrt{|x|}\sqrt{|y|}) \arctan^2(x^2y^2 + x^3 - y^4) dy \right) dx \leq \pi R^2.$$

3. Sean R y R' dos regiones del plano, y sea $T : R' \rightarrow R$ biyectiva y derivable.

Si $T(u, v) = (x(u, v), y(u, v))$ y $\left| \det \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} \right| \leq 1$, pruebe que $A(R) \leq A(R')$.

4. Calcule la integral $\int_C \ln(x^2 + y^2) dx dy$ usando coordenadas polares, donde $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : a^2 \leq x^2 + y^2 \leq b^2, x \geq 0, y \geq 0\}$.

5. Calcule la integral iterada $\int_0^8 \left(\int_{\sqrt[3]{y}}^2 \sqrt{x^4 + 1} dx \right) dy$.

6. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

Pruebe que $\int_0^1 \int_0^1 f(x, y) dx dy \neq \int_0^1 \int_0^1 f(x, y) dy dx$.

¿Qué puede decir de este resultado en base al teorema de Fubini?