

Ayudantía 8

Viernes 13 de Abril del 2018

1. Si $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ son continuas en $\mathbb{R}$, pruebe que la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = g(x) + h(y)$ es continua en $\mathbb{R}^2$.

2. Estudie la continuidad de la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy \sin(x)}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

3. Determine si los siguientes conjuntos son abiertos o cerrados.

a. $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sin(x) < y\}$.

b. $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\frac{1}{3} < \cos(xy^4) < \frac{1}{2}\}$.

c. $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 \leq 3x + 2z \wedge e^x \geq 4y - \arctan(2z)\}$.

4. Calcule las derivadas parciales de la función $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ en todos los puntos.

5. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a) Estudie la continuidad de f .

b) Calcule las derivadas parciales de la función f