Tarea 3

1-Diciembre

Elija 5 problemas

1. Realize un gráfico (proyeccion 3D) de la superficies de energía (bandas) para grafeno. Muestre que las bandas están degeneradas formando patrones hexagonales

2. Un sistema similar al grafeno, pero en el que es posible romper la simetría quiral facilmente es el grafeno de dos capas. Lea Rep. Prog. Phys. 76 056503 hasta la ecn.(30) y explique cada término del Hamiltoniano (no es necesario repetir el trabajo con los H.C.). En particular, por que γ_1 no depende de k? (π es $k_x + ik_y$, lea el paper)

3. Repita la Figura 3 del paper anterior (es solo darle algúnos valores a k, diagonalizar y graficar)

4. Considere una lámina de grafeno con vectores

$$\vec{a}_1 = \left(\frac{a}{2}, -\frac{a\sqrt{3}}{2} \right) \tag{1}$$

$$\vec{a}_2 = \left(\frac{a}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{2} \right) \tag{2}$$

Un nanotubo de carbón se puede crear al tomar un 'vector circunferencia', $\vec{c}$ sobre la lámina de grafeno y luego 'enrollar' este vector, es decir unir su punta con su origen, dejandolo cerrado. Este vector debe ser la combinación lineal de $\vec{a}_1$ y $\vec{a}_2$:

$$\vec{c} = m\vec{a}_1 + n\vec{a}_2 \tag{3}$$

La condición de enrrollamiento es $\vec{k}\cdot\vec{c} = 2\pi n$ (por que?). Esto define una recta familia de rectas en el espacio recíproco. Encuentre que condición debe extistir entre m, n para que la recta anterior pase por el punto K. Esto da origen a nanotubos metálicos

5. Muestre que se puede escribir la fase de Berry como:

$$\gamma_n = -Im \int d\vec{S} \cdot \langle \nabla n(\vec{R})| \times |\nabla n(\vec{R})\rangle \tag{4}$$

Luego muestre que una forma invariante de Gauge de escribirla es

$$\begin{aligned}
\gamma_n &= -Im \int d\vec{S} \cdot Im \sum_{n\neq m} \frac{\langle n(R)|\nabla_R H(R)|m(r)\rangle \times \langle m(R)|\nabla_R H(R)|n(r)\rangle}{(E_m(R) - E_n(R))^2} && (5) \\
&= -Im \int d\vec{S} \cdot \vec{\mathcal{F}}_n && (6)
\end{aligned}$$

recuerde que $\sum_m |n\rangle\langle n| = 1$

6. Considere una partícula de spin S en un campo magnético externo:

$$H_B = \vec{B}\cdot\vec{S}, \quad E_n = Bn, n = -S, -S+1, ..., S \tag{7}$$

Calcule campo de Berry $\vec{\mathcal{F}}_n(\vec{B})$ mediante la formula del ejercicio anterior. Hint: use la base formada por S^+, S^-, S_z. Si no recuerda a S^+, S^-, busque en google 'spin ladder operators'