

Termodinámica

Ejercicios

Domingo 8 de Enero de 2017

Profesor: Patricio Fuentealba.
Ayudante: Jaime Clark.

- 1) Considere un sistema de N no interactuantes osciladores cuánticos en equilibrio a temperatura T . Los niveles de energía para un oscilador se describe como

$$E_m = (m + 1/2)\gamma/V,$$

con $m = 0, 1, 2, \dots$. Donde γ es una constante y V es el volumen. Encuentre la función de partición canónica, la energía interna y el calor específico c_v en función de la temperatura T .

- 2) Considere una idealización de un cristal que tiene N sitios de red y el mismo número de posiciones intersticiales (lugar entre los sitios de red donde los átomos pueden residir). Sea E la energía necesaria para remover un átomo de un sitio de red a una posición intersticial y sea n el número de átomos ocupando sitios intersticiales en equilibrio.

a) ¿Cuál es la energía interna del sistema?

b) ¿Cuál es la entropía? Considere $n \gg 1$.

- 3) Suponga una cadena 1-dimensional orientada en dos posibles estados: segmentos verticales y segmentos horizontales. Cada segmento de la cadena tiene largo a cuando está paralelo a la cadena y largo 0 cuando está orientada vertical o perpendicular a la cadena. Si el largo de la cadena es de nx , encuentre la entropía y la energía del sistema.

- 4) A partir de la distribución de velocidades de Maxwell-Boltzmann, demuestre que

$$n(E)dE = \frac{2\pi N}{V(\pi kT)^{3/2}} E^{1/2} e^{-E/kT} dE,$$

y luego

$$\langle E \rangle = \frac{3}{2} \frac{NkT}{V}.$$

Ayuda: Parta su desarrollo a partir

$$n(v)dv = \frac{N}{V} 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT} dv.$$

- 5) Del resultado obtenido del ejercicio anterior, encuentre
- La energía mas probable.
 - Energía promedio.
 - La energía rms.
- 6) a) Recordando que $\rho = Nm/V$ es la densidad, donde m es la masa molecular, obtenga una expresión para la velocidad cuadrática media v_{rms} como función de la presión p y de ρ para un gas ideal.
- b) Use esta expresión para estimar v_{rms} de ungas de H a $1[atm] \approx 1,013 * 10^5[Pa]$, para el cual $\rho \approx 0,09[Kg/m^3]$.
- c) ¿Qué valor tendría v_{rms} si la temperatura fuese de $10^8[K]$, ña que corresponde a un proceso de fusión termonuclear?.
- 7) Considere un gas ideal de N partículas de masa m que obedece la estadística clásica y que está contenido en un cilindro infinitamente alto cuya base tiene un área A . El sistema se encuentra ubicado veticalmente en un campo gravitatorio uniforme. Calcule la función partición canónica, la energía libre de Helmholtz, la energía media y el calor específico.

- 8) Dada la distribución de velocidades de Maxwell, determine

- a) El promedio de la enésima potencia de la velocidad es

$$\langle v^n \rangle = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2kT}{m} \right)^{n/2} \Gamma \left(\frac{n+3}{2} \right),$$

donde $n > -1$, y Γ es la función gamma vista en ayudantía.

- b) La velocidad promedio es

$$\langle v \rangle = \left(\frac{8kT}{\pi m} \right)^{1/2},$$

- c) La "fluctuación" de la velocidad es

$$\langle (v - \langle v \rangle)^2 \rangle = \frac{kT}{m} \left(3 - \frac{8}{\pi} \right).$$

d) La "fluctuación" de la energía cinética es

$$\left(\frac{m}{2}\right)^2 \langle (v - \langle v \rangle)^2 \rangle = \frac{3}{2} (kT)^2.$$

e) La velocidad mas probable es

$$v_o = \left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2}.$$

9)

10)