Termodinámica

Guía de Ejercicios de N° 2

Viernes 21 de octubre de 2016

Profesor: Patricio Fuentealba.
Ayudante: Jaime Clark.

1) Un gas se lleva a través del proceso cíclico descrito en la Fig.1.

a) Encuentre la energía neta transferida por calor al sistema durante un ciclo completo.

b) Determine la eficiencia del ciclo.

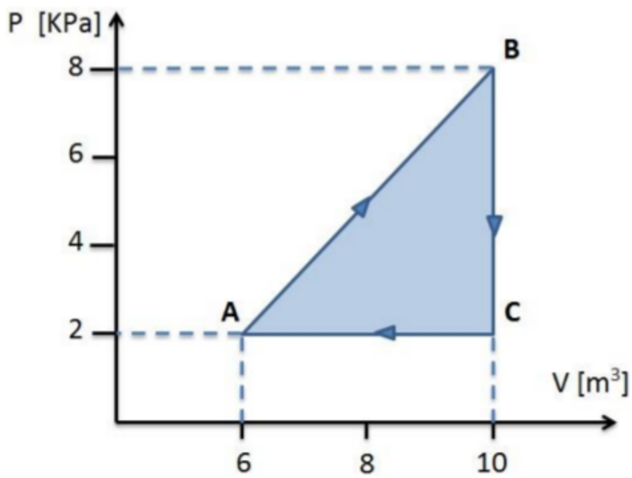

Figura 1: Gráfico de presión versus volumen.

2) Demuestre que el trabajo máximo obtenible de un cuerpo de volumen constante, cuya capacidad calórica varía con la temperatura según $C_v = AT^2$, (con A una constante) viene dado por

$$W = \frac{1}{6}a(T_1 - T_o)^2(2T_1 + T_o).$$

El cuerpo se enfría desde la temperatura inicial T_1 , hasta la temperatura ambiente T_o.

3) Demostrar que

$$\begin{aligned} C_p &= -T\left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2}\right)_P, \\ C_v &= -T\left(\frac{\partial^2 A}{\partial T^2}\right)_V. \end{aligned}$$

4) Se encuentra que un cierto sistema tiene una energía libre de Gibbs dada por

$$G(P,T) = RT \log \left(\frac{aP}{(RT)^{5/2}} \right),$$

donde a y R son constantes. Enconrar el calor específico a presión constante.

5) La función de Gibbs para un cierto gas viene dada por

$$G(P,T) = nRT \log P + A + BP + \frac{CP^2}{2} + \frac{DP^3}{3},$$

donde n es el número de moles, R la constante universal de los gases ideales y A, B, C y D son funciones de la temperatura T solamente. Determinar la ecuación de estado del gas.

6) Considere el ciclo de Otto, como un proceso adiabático de compresión y expansión (1-2 y 3-4 respectivamente) y otro proceso a volumen constante (2-3,4-1). Trate el medio en el que se trabaja como un gas ideal con $\gamma = c_p/c_v$.

a) Dibuje el esquema de este proceso en un diagráma P-V,

b) Encuentre la eficiencia de este ciclo para $\gamma = 1{,}4$ y radio de compresión $r = V_f/V_i = 10$.

c) Calcule el trabajo hecho en el gas en el proceso de compresión 1-2, asumiendo que el volumen inicial es de $V_i = 2L$ y $P_i = 1$ atm.

7) Demuestre la relación

$$c_p - c_v = \frac{TV\beta^2}{k},$$

donde

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P, \\ k &= -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T. \end{aligned}$$

8) Para un gas de fotones

a) Usando las ecuaciones de estado de un gas de fotones, $P = U/3V$ y $U = \sigma V T^4$, encuentre la energía libre de Helmhotz $F = F(T, V)$.

b) Considere un cilindro de paredes diatérmicas inmerso en un reservorio térmico a $T = 0°C$. El cilindro tiene dos compartimientos a y b, separados por un pistón móvil, impermeable y adiabático. Los compartimientos contienen cada uno un gas de fotones, y a sus volumenes iniciales son $V_a^i = 4L$ y $V_b^i = 1L$. El pistón se mueve ahora de manera reversible a un volumen final $V_a^f = 2L$ y $V_b^i = 3L$. ¿Cuál es el trabajo hecho por cada compartimiento en este proceso? ¿Cuál es el trabajo total hecho en este proceso? Comente.

9) Para un gas ideal monoatómico la ecuacipon fundamental en representacion de entropía es

$$S = Ns_o + NR \log \left[\left(\frac{U}{U_o} \right)^{3/2} \left(\frac{V}{V_o} \right) \left(\frac{N}{N_o} \right)^{5/2} \right],$$

donde s_o, V_o, U_o y N_o son constantes. Esta relación se conoce con el nombre de la ecuación de Sackur-Tetrode, y con metodos de mecánica estadística es posible evaluar s_o a partir de constantes fundamentales.

a) Encuentre la ecuación fundamental en representación de energía. Es decir, escriba U como $U(S, V, N)$.

b) Encuentre ecuaciones de estado en representación de entropía y en representación de energía.

c) Encuentre la forma de las adiabatas y las isotermas en el plano $P - v$. Grafique.

d) Grafique la presión como función del volumen molar y la temperatura. Considere s_o, V_o, U_o y N_o iguales a 1.

10) Para un sistema dada por la siguiente figura,la ecuación de las adiabatas se rige por

$$P^3 V^5 = cte.$$

En el interior, hay una pequeña paleta manejada por un motor externo (por medio de un acoplamiento magnético a través de las paredes). El motor ejerce un torque, haciendo girar la paleta a una velocidad angular ω, y se observa que la presión del gas (a volumen constante) crece a una razón dada por

$$\frac{dP}{dt} = \frac{2\omega}{3V} \tau,$$

donde τ es el torque.

a) Demuestre que la diferencia de energía de cualquier par de estados puede ser determinada por este proceso. En partícular, evalúe $U_C - U_A$ y también $U_D - U_B$. Explique porque este proceso sólo puede proceder en una dirección, verticalmente hacia arriba en vez de hacia abajo en el gráfico $P - V$,

b) Muestre que cualquier par de estados (cualquier par de puntos en el plano $P - V$) pueden ser conectados por una combinación de los procesos descritos en el ejemplo anterior y la primera parte de este. En partícular, evalúe $U_D - U_A$,

c) Calcule el trabajo W_{AD} en el proceso $A \to D$. Calcule la transferencia de calor Q_{AD}. Repítalo para $D \to B$, y para $C \to A$.

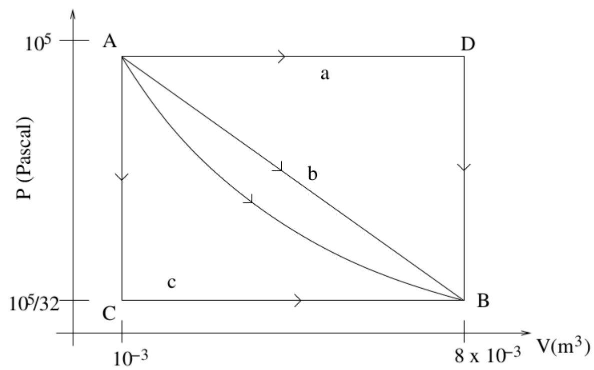

Figura 2: Gráfico de presión versus volumen.