CÁLCULO I (PRIMAVERA 2015)

GUÍA II

1.- Demuestre que si $a \neq 0$ y $b \neq 0$, entonces se verifica:

$$|a+b| = |a| + |b|$$

cuando a y b tienen el mismo signo.

Ayuda: Revise la demostración de la desigualdad triangular y vea que desigualdades utilizadas alli pueden ser reemplazadas por una igualdad.

2.- Demuestre que

$$|x + |x|| = \begin{cases} 2x & \textbf{si} \quad x \geq 0 \\ 0 & \textbf{si} \quad x < 0. \end{cases}$$

3.- El máximo de dos números a y b se denota por $\max\{a,b\}$ y el mínimo de dos números se denota por $\min\{a,b\}$. Por ejemplo, $\max\{-1,2\} = 2$ y $\min\{-1,2\} = -1$. Demuestre que

$$\max\{a,b\} = \frac{x+y+|y-x|}{2} \quad \text{y} \quad \min\{a,b\} = \frac{x+y-|y-x|}{2}$$

4.- Demuestre que si x e y verifican las desigualdades

$$|x - x_0| < c \cdot \varepsilon \quad \text{y} \quad |y - y_0| < c \cdot \varepsilon,$$

entonces se tiene que

$$|(x+y) - (x_0 + y_0)| < 2c \cdot \varepsilon.$$

5.- Demuestre que si x e y verifican las desigualdades:

$$|x - x_0| < \min\left\{\frac{\varepsilon}{2(|y_0|+1)}, 1\right\} \quad \text{y} \quad |y - y_0| < \frac{\varepsilon}{2(|x_0|+1)}$$

6.- Demuestre que $|x-3| < 1$ implica

$$6 < x + 4 < 8$$

7.- Demuestre que $|x-3| < 1$ implica

$$\frac{1}{8} < \frac{1}{x+4} < \frac{1}{6}.$$

8.- Demuestre que $|x-1| < 2$ implica $0 \leq |2x-3| < 5$.

9.- Demuestre que $|x-4| < 1$ implica

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{x-2} < 1$$

10.- Resuelva las siguientes ecuaciones

i) $|x+3| = 7$

ii) $|x+3| = |2x+1|$

iii) $|3x+1| + x = 7$

iv) $|2x+3| = 2x+3$

v) $|x-2| = |2x+3|$

vi) $|x-2|=4$
vii) $|3x-5|+x-7=0$

11.- Resuelva las siguientes desigualdades

i) $|x+3|<7$
ii) $|x+3|>7$
iii) $|3x-1|<4$
iv) $|2x+5|>3$
v) $|x+3|\leq 5$
vi) $|3+2x|\leq 2$
vii) $|5x-3|<7$
viii) $|3-x|\geq 1$
ix) $|x-2|\leq 2x$
x) $|4+x|>3$
xi) $|2x+1|\geq 2+x$

E-mail address: `grobledo@uchile.cl`