

Mecánica II

CIENCIAS EXACTAS

PROFESOR: EDUARDO MENÉNDEZ

AYUDANTES: PATRICIO FIGUEROA, CAROLINA GÁLVEZ, GABRIEL PAREDES

Universidad de Chile, Facultad de Ciencias,
Departamento de Física, Santiago, Chile

Control A1. Versión A

Miércoles 7 de octubre de 2015

Problema 1

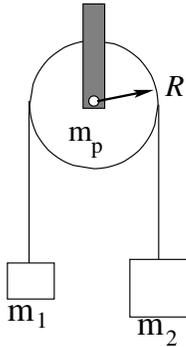
Un cohete es lanzado verticalmente hacia el espacio desde un sitio con latitud λ del hemisferio Norte.

- ¿Hacia que dirección o punto cardinal (N,S,E,O) tiende a desviarse el cohete por causa del efecto Coriolis? (3pt)
- Si se quiere que el cohete ascienda verticalmente, es necesario inclinar el cohete con respecto a la vertical, de manera que reciba impulsión con componente horizontal. Encuentre la fuerza horizontal que debe darse el cohete para compensar el efecto Coriolis, como función de la rapidez, la masa y la latitud. (3pt)

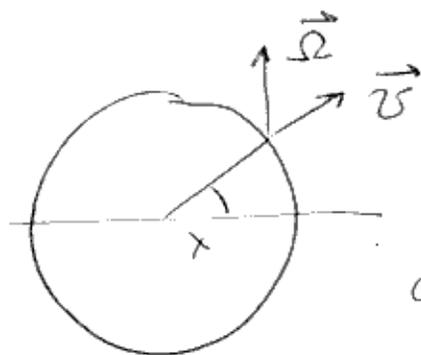
Problema 2

Considere una polea con dos masas m_1 y $m_2 < m_1$ (máquina de Atwood) enlazadas por un cable de acero. El cable tiene una sección transversal A y módulo de Young Y . La polea tiene radio R y masa m_p . La masa del cable es despreciable en comparación a las otras masas. Considere el momento de inercia de la polea como si fuera un disco homogéneo.

- Obtenga la aceleración de las masas. (2pt)
- En función de la aceleración anterior (a), obtenga la deformación de longitud del cable en el sector que está entre el bloque m_2 y la polea. Este ejercicio puede hacerlo con independencia del inciso (a). (3pt)
- Diga si entre m_1 y la polea la deformación de longitud del cable es la misma o diferente. Justifique brevemente. (1pt)

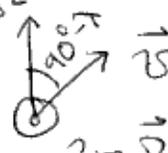


1A



$$\vec{F}_{\text{Coriolis}} = -2m \vec{\Omega} \times \vec{v}$$

a)



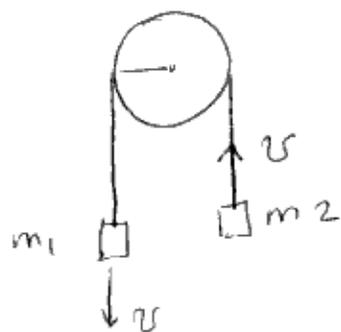
$$-2m \vec{\Omega} \times \vec{v} \text{ (dirección Oeste)}$$

b) El cohete debe inclinarse levemente para darse una fuerza hacia el Este que compense la fuerza de Coriolis. La magnitud de esta fuerza es $F = 2m \Omega v \sin(90^\circ - \lambda)$

$$= 2m \Omega v \cos \lambda$$

2A
a) $\sum \vec{\tau}_{\text{ext}} = \frac{dL}{dt}$

Como todos los torques y el momento son perpendiculares al plano de la figura, basta considerar el convenio de signo positivo a todo lo que rote contra las agujas del reloj.



$$\sum \tau_{\text{ext}} = m_1 g R - m_2 g R$$

$$L = I_p \omega + R m_1 v + R m_2 v, \quad \omega = v/R$$

$$\frac{dL}{dt} = \left(\frac{I_p}{R} + R m_1 + R m_2 \right) \frac{dv}{dt}, \quad \frac{dv}{dt} = a$$

$$\sum \tau_{\text{ext}} = \frac{dL}{dt}$$

$$(m_1 - m_2) g R = \left(\frac{I_p}{R} + R m_1 + R m_2 \right) a$$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + I_p/R^2} g, \quad I_p = \frac{1}{2} m_p R^2$$

2A (continuación)

b) El cable se estira producto de la tensión

DCL
cable



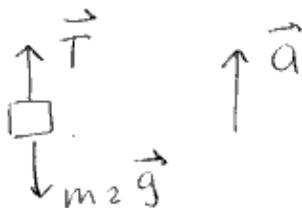
$$\frac{T}{A} = Y \frac{\Delta L}{L}$$

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{T}{YA}$$

Det. de longitud:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{m_2(a+g)}{YA}$$

DCL
 m_2



$$T - m_2g = m_2a$$

$$T = m_2(a+g)$$

c) Entre m_1 y la polea la deformación es diferente porque la tensión es diferente. La tensión es diferente a ambos lados de la polea debido a que esta tiene masa. Si las dos tensiones fueran iguales, el torque sobre la polea sería nulo y no tendría aceleración angular.

Mecánica II

CIENCIAS EXACTAS

PROFESOR: EDUARDO MENÉNDEZ

AYUDANTES: PATRICIO FIGUEROA, CAROLINA GÁLVEZ, GABRIEL PAREDES

Universidad de Chile, Facultad de Ciencias,
Departamento de Física, Santiago, Chile

Control A1. Versión B

Miércoles 7 de octubre de 2015

Problema 1

Un cohete es lanzado verticalmente hacia el espacio desde un sitio con latitud λ del hemisferio Sur.

a) ¿Hacia que dirección o punto cardinal (N,S,E,O) tiende a desviarse el cohete por causa del efecto Coriolis? (3pt)

b) Si se quiere que el cohete ascienda verticalmente, es necesario inclinar el cohete con respecto a la vertical, de manera que reciba impulsión con componente horizontal. Encuentre la fuerza horizontal que debe darse al cohete para compensar el efecto Coriolis, como función de la rapidez, la masa y la latitud. (3pt)

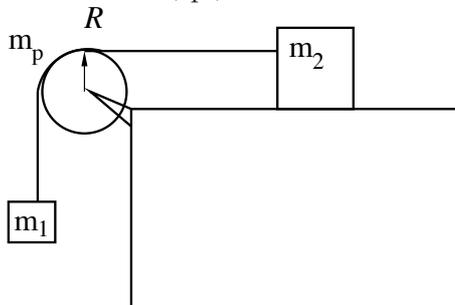
Problema 2

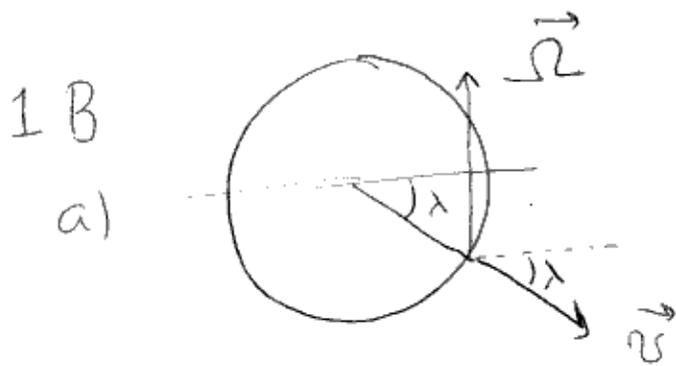
Considere dos masas m_1 y m_2 conectadas por un cable de acero y una polea como indica la figura. El bloque m_2 está sobre un plano sin fricción. El cable tiene una sección transversal A y módulo de Young Y . La polea tiene radio R y masa m_p . La masa del cable es despreciable en comparación a las otras masas. Considere el momento de inercia de la polea como si fuera un disco homogéneo.

a) Obtenga la aceleración de las masas. (2pt)

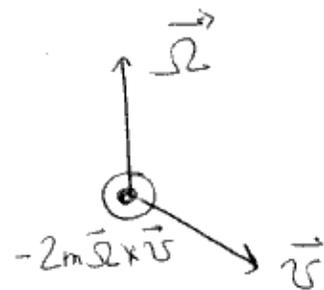
b) En función de la aceleración anterior (a), obtenga la deformación de longitud del cable en el sector que está entre el bloque m_1 y la polea. Este ejercicio puede hacerlo con independencia del inciso (a). (3pt)

c) Diga si entre m_2 y la polea la deformación de longitud del cable es la misma o diferente. Justifique brevemente. (1pt)





$$\vec{F}_{\text{Coriolis}} = -2m \vec{\Omega} \times \vec{v}$$



$\vec{F}_{\text{Coriolis}}$ apunta hacia el Oeste, El cohete tiende a desviarse al Oeste

b) El cohete debe inclinarse levemente para propulsarse hacia el Este y compensar la fuerza de Coriolis. La magnitud de esta fuerza es

$$F = 2m \Omega v \sin(90^\circ + \lambda) = 2m \Omega v \cos \lambda$$

2B a) Consideremos el torque y el momento angular respecto al centro de la polea.

$$\sum \vec{\tau}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad \text{Todos los } \vec{\tau} \text{ y } \vec{L} \text{ son perpendiculares al plano de la figura, y positivos.}$$

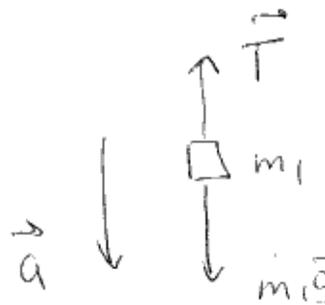
$$\sum \tau_{\text{ext}} = m_1 g R, \quad L = R m_1 v + R m_2 v + I_p \omega$$

$$\omega = v/R, \quad I_p = \frac{m_p R^2}{2} \rightarrow L = (m_1 + m_2) R v + \frac{I_p}{R} v$$

$$m_1 g R = \left[(m_1 + m_2) R + \frac{I_p}{R} \right] \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2 + I_p/R^2} = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2 + \frac{m_p}{2}}$$

2B b) El cable se estira producto de la tensión a la que este sometido. Esta tensión actúa sobre el bloque m_1 ,



$$T - m_1 g = -m_1 a \quad (a > 0)$$

$$T = m_1 (g - a)$$

Por definición del módulo de Young

$$\frac{T}{A} = Y \frac{\Delta L}{L}$$

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{T}{YA} = \frac{m_1 (g - a)}{YA}$$

c) Entre m_2 y la polea la deformación es diferente porque la tensión es diferente. La tensión es diferente a ambos lados de la polea debido a que esta tiene masa. Si las dos tensiones fueran iguales, el torque sobre la polea sería nulo y no tendría aceleración angular.