Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física

Mecánica II
Ciencias Exactas

Profesor : Eduardo Menéndez
Ayudantes : Patricio Figueroa
Carolina Gálvez
Gabriel Paredes

Guía N° 5. Movimiento oscilatorio.

Viernes 6 de noviembre de 2015

---

1. ¿Cómo cambia el periodo en el M.A.S. cuando (a) la masa de la partícula se incrementa sin cambiar la constante elástica, (b) cuando la constante elástica se incrementa sin cambiar la masa, (c) cuando la masa y la constante elástica son cambiadas en la misma razón?

2. Una partícula se mueve acorde la ecuación $x = A\sin(\omega t + \alpha)$. Escribe ecuaciones para la velocidad y la aceleración de la partícula. ¿Se mueve ésta con M.A.S.? ¿Cuál es la diferencia de fase con respecto a $x = A\cos(\omega t + \alpha)$?

3. ¿Bajo qué condiciones un péndulo se mueve con (a) movimiento oscilatorio, (b) M.A.S., (c) movimiento circular modulado? Exprese la respuesta en términos de la energía mecánida.

4. El péndulo de un reloj es ajustado para dar el tiempo correcto a 40° de latitud. ¿Qué pasa si el reloj es desplazado al ecuador y si es desplazado a un lugar que se encuentra a latitud 80°? ¿Qué ajuste será necesario en cada caso?

5. Dos M.A.S. con igual frecuencia y dirección son superpuestos. ¿Qué tipo de movimiento resulta? ¿Cuáles propiedades del movimiento resultante dependen de la diferencia de fase y cuáles no?

6. Una partícula se mueve con M.A.S. de $0{,}10$ m de amplitud y un periodo $P = 2{,}0$ s. (a) Haz una tabla indicando los valores de elongación, la velocidad y la aceleración en los siguientes tiempos: $t = 0,\ P/8,\ P/4,\ 3P/8,\ P/2,\ 5P/8,\ 3P/4,\ 7P/8$ y P. Grafica las curvas para (b) elongación, (c) velocidad, y (d) aceleración, cada una en función del tiempo. Asume fase inicial cero.

7. Un oscilador armónico simple es descrito por la ecuación $x = 0{,}40\sin(0{,}10t + 0{,}50)$, donde x y t son expresados en m y s, respectivamente. Encuentra (a) la amplitud, periodo, frecuencia y fase inicial del movimiento, (b) la expresión general para la velocidad y la aceleración, (c) las condiciones iniciales, (d) la posición, velocidad y aceleración para $t = 5{,}0$ s. Representa (e) posición, velocidad y aceleración como funciones del tiempo.

8. Una partícula situada al final del brazo de un diapasón pasa a través de su posición de equilibrio con una velocidad de $2{,}0$ m s^{-1}. La amplitud es $1{,}0$mm. (a) Determina la frecuencia y periodo del diapasón. (b) Escribe las ecuaciones expresando su desplazamiento y velocidad como función del tiempo.

9. Una partícula está vibrando con una frecuencia de 100 Hz y una amplitud de $3{,}00$ mm. (a) Calcula su velocidad y aceleración a la mitad y en los extremos de su trayectoria. (b) Escribe la ecuación expresando la elongación como una función del tiempo. Considera fase inicial igual a cero.

10. Una partícula moviéndose con M.A.S. de $0{,}15$ m de amplitud está vibrando 100 veces por segundo. ¿Cuál es su frecuencia angular? Calcula su velocidad, su aceleración, y su fase cuando el desplazamiento es 75 cm.

11. Una partícula de $0{,}50$ kg se está moviendo con M.A.S.. Su periodo es de $0{,}10$ s y su amplitud es 10 cm. Calcula la aceleración, la fuerza, la energía potencial y la energía cinética cuando la partícula está a 50 mm de su posición de equilibrio.

12. Una partícula de $4{,}0$ kg se está moviendo a través del eje x bajo la acción de una fuerza

$$F = -\left(\frac{\pi^2}{16}\right) x,$$

donde x y F están en unidades del SI. Cuando $t = 2{,}0$ s la partícula pasa por el origen, y cuando $t = 4{,}0$ s su velocidad es $4{,}0$ m/s. (a) Encuentra la ecuación de la elongación. (b) Muestra que la amplitud del movimiento es $\simeq 32\sqrt{2}/\pi$ m.

13. Un bloque de madera cuya densidad relativa al agua es ρ tiene dimensiones a, b y c. Mientras éste flota en el agua con lado a vertical, se empuja hacia abajo y se suelta. Encuentra el periodo de las oscilaciones resultantes. (Recuerda que la fuerza de empuje es igual al peso del fluido desplazado.) Suponga que el bloque sube y baja sin rotar.

14. Una partícula se mueve de forma tal que sus coordenadas como función del tiempo están dadas por $x = v_0 t$ y $y = y_0 \sin(\omega t)$. (a) Grafica x e y como funciones de t. (b) Grafica el la trayectoria la partícula $y(x)$. (c) ¿Qué fuerza (vector) es requerida para producir este movimiento? (d) Encuentra las magnitudes de su velocidad y aceleración como funciones del tiempo.

15. Encuentra los valores promedio de las energías cinética y potencial en el movimiento armónico simple relativos a (a) tiempo, (b) posición.

16. ¿ Cuál sería el porcentaje de cambio de la longitud de un péndulo simple con el fin de que un reloj tenga el mismo periodo cuando se mueve de un lugar donde $g = 9{,}80$ m/s^2 a otro donde $g = 9{,}82$ m/s^2?

17. Un péndulo simple cuyo largo es $2{,}0$ m está en un lugar donde $g = 9{,}80$ m/s^2. El péndulo oscila con una amplitud de $2{,}0°$. Expresa, como función del tiempo, (a) su desplazamiento angular, (b) su velocidad angular, (c) su aceleración angular, (d) su velocidad lineal, (e) su aceleración centrípeta y (f) la tensión en la cuerda si la masa de la plomada es $1{,}00$ kg.

18. Una pelota cae desde el reposo desde una altura de 4.0 m produciéndose una colisión perfectamente elástica con el suelo. Asumiendo que no se pierde ningún tipo de energía debido al roce del aire. (a) Muestre que el movimiento es periódico, (b) determine el periodo del movimiento, y (c) ¿es el movimiento armónico simple? Explique.

19. La posición inicial y la velocidad inicial de un objeto en movimiento armónico simple son x_i y v_i respectivamente. La frecuencia angular de oscilación es w. (a) Muestre que la posición y la velocidad del objeto para todo tiempo puede ser escrita como:

$$x(t) = x_i \cos(\omega t) + \left(\frac{v_i}{\omega}\right) \sin(\omega t)$$

$$v(t) = -x_i \omega \sin(\omega t) + v_i \cos(\omega t)$$

(b) Si la amplitud del movimiento es A, muestre que

$$v^2 - ax = v_i^2 - a_i x_i = \omega^2 A^2$$

20. Una masa de 500 g adosada a un resorte con constante de fuerza de $8{,}0$ N/m vibra en un movimiento armónico simple con una amplitud de 10 cm. Calcule: (a) El valor máximo de su velocidad y aceleración, (b) la velocidad y la aceleración cuando la masa está a $6{,}0$ cm de la posición de equilibrio, y (c) el tiempo que toma la masa en moverse de $x = 0{,}0$ a $x = 8{,}0$ cm.

21. Una masa de 50 g conectada a un resorte de constante de fuerza 35 N/m oscila en una superficie horizontal sin fricción con amplitud de 40 mm. Encuentre: (a) la energía total del sistema, (b) la rapidez de la masa cuando el desplazamiento es de 10 mm. Encuentre: (c) la energía cinética y (d) la energía potencial, cuando el desplazamiento es 30 mm.

22. Un péndulo simple tiene una longitud de $5{,}0$ m. (a) ¿Cuál es el periodo del movimiento armónico simple de este péndulo si está colgando de un elevador que acelera hacia arriba a razón de $4{,}9$ m/s^2?, (b) ¿Cuál es su periodo si el elevador acelera hacia arriba a razón de $4{,}9$ m/s^2? (c) ¿Cuál es el periodo para este péndulo si es puesto en un camión que acelera horizontalmente a razón de $4{,}9$ m/s^2?

23. Considere el péndulo físico de la figura 1. (a) Si I_{CM} es su momento de inercia con respecto a un eje que pasa a través de su centro de masa y es paralelo al eje que pasa a través de su punto de pivote, muestre que su periodo es

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{CM} + md^2}{mgd}}$$

Donde d es la distancia entre el punto de pivote y el centro de masa. (b) Demuestre que el periodo tiene un valor mínimo cuando d satisface $md^2 = I_{CM}$.

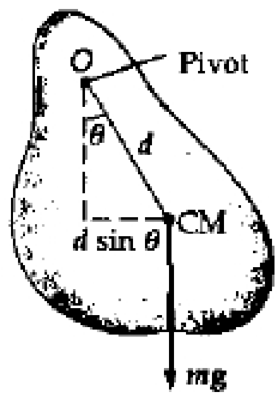

Figura 1: Péndulo físico

24. Un bloque de masa M es conectado a un resorte de masa m y oscilan con movimiento armónico simple en una pista pulida (ver figura 2). La constante de fuerza del resorte es k y el largo de equilibrio es l. Encuentre: (a) La energía cinética del sistema cuando el bloque tiene una velocidad v y (b) el periodo de oscilación. (Hint: Asuma que todas las porciones del resorte oscilan en fase y que la velocidad de un segmento dx es proporcional a la distancia x desde la terminación del resorte que está fija; esto es: $v_x = [x/l]v$. Además note que la masa de un segmento del resorte es $dm = [m/l]dx$.) R: (a) $K = (M + m/3)\, v^2/2$. (b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m/3}{k}}$.

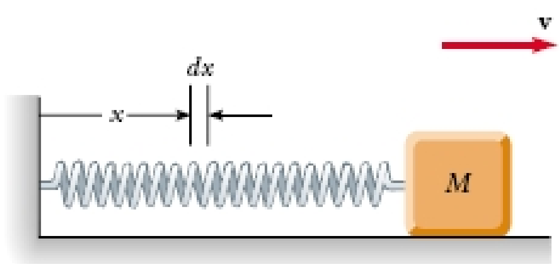

Figura 2: Sistema oscilatorio con movimiento armónico simple.

25. El amortiguamiento es despreciable para una masa de $0{,}15$ Kg colgando de un resorte liviano de constante $k = 6{,}3$ N/m. El sistema es manejado por una fuerza oscilante de amplitud $1{,}7$ N. ¿A qué frecuencia hará la fuerza que la masa vibre con una amplitud de $0{,}44$ m?

26. Un péndulo simple tiene un periodo de $2{,}0$ s y una amplitud de $2{,}0°$. Después de 10 oscilaciones completas su amplitud se ha reducido a $1{,}5°$. Encuentra la constante de amortiguamiento γ.

27. Un resorte de constante de fuerza $k = 100$ N/m cuelga verticalmente de un soporte. En su extremo inferior (que se encuentra a una distancia l_0 del techo) se engancha una masa de 500 g, que luego (en el instante $t = 0$) se suelta,

desde el reposo. La masa comenzará a oscilar en torno a un nuevo punto de equilibrio x_0. (a) Encuentre el nuevo punto de equilibrio x_0. (b) ¿Con qué periodo oscilará la masa m alrededor de x_0? (c) Encuentre la energía cinética y el potencial en función del tiempo. (Especifique claramente los orígenes usados para especificar las energías potenciales.) (d) Encuentre la velocidad máxima que llegará a tener la masa m mientras oscila.

28. Se cuelga una masa M de un resorte y se pone en movimiento oscilatorio vertical, con una amplitud de $7{,}0$ cm. La frecuencia de las oscilaciones es de $4{,}0$ Hz. Al llegar M a la posición más baja, se le coloca encima una pequeña piedrecita. Supongamos que la masa de la piedrecita es tan pequeña que no tiene mayor efecto sobre la oscilación. (a) ¿A qué distancia por encima de la posición de equilibrio perderá contacto la piedrecita con la masa M?, (b) ¿Cuál es la velocidad de la piedrecita cuando se separa de la masa M?

29. Muestre que la razón de cambio temporal de energía mecánica para un oscilador amortiguado no forzado está dada por $dE/dt = -bv^2$ y por lo tanto es siempre negativa.

30. Un péndulo con un largo de $1{,}00$ m es liberado desde un ángulo inicial de $15{,}0°$. Después de 1000 s, su amplitud se ha reducido a $5{,}50°$. ¿Cuál es el valor de $b/2m$?

31. Una masa $m = 0{,}50$ kg, después de caer una distancia $h = 5{,}0$ m, se adosa a un resorte (largo) de constante $k = 2{,}0$ kg/s^2. El sistema resultante viene gobernado por la ecuación de movimiento

$$\ddot{z}(t) + \omega_0^2 z(t) + 2\omega_0 \dot{z}(t) = 0$$

o sea, corresponde a un oscilador armónico críticamente amortiguado. La magnitud $z(t)$ mide la posición de la masa m respecto al punto de equilibrio y $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ es la frecuencia natural del sistema. La solución general está dada por la relación

$$z(t) = (A + Bt)e^{-\omega_0 t},$$

donde A y B son constantes que se ajustan con las condiciones iniciales. (Para los cálculos numéricos que siguen, use para la aceleración de gravedad el valor $g = 10$ m/s^2). (a) Determine A y B usando las condiciones iniciales. (b) Sea t_0 el instante en que el resorte tiene su máxima compresión. Evalúe t_0. (Elija el cero del tiempo en el instante en que la masa colisiona con el resorte). (c) Haga un gráfico esquemático de la función $z(t)$. (d) ¿Cuál será la energía total disipada por el amortiguador?

32. Encuentra los valores límites de la amplitud y la fase de un oscilador forzado amortiguado cuando (a) ω_f es mucho más pequeño que ω_0, y (b) ω_f es mucho más grande que ω_0. Determine los factores dominantes en cada caso.

33. Verifica que para las oscilaciones forzadas de un oscilador amortiguado, la potencia promedio de la fuerza aplicada es igual a la potencia promedio disipada por la fuerza amortiguadora.

34. Con la cabecera de su cuna húmeda debido a la dentición, una bebé se divierte en el día rebotando de arriba a abajo en dicha cuna. Su masa es $12{,}5$ kg, y el colchón de la cuna puede ser modelado como un resorte liviano con constante de fuerza $4{,}30$ kN/m. (a) La bebé pronto aprende a rebotar con máxima amplitud y mínimo esfuerzo doblando sus rodillas, ¿a qué frecuencia? (b) Ella aprende a usar el colchón como un trampolín, perdiendo el contacto con él en parte de cada ciclo, cuando su amplitud excede ¿qué valor?

35. Un gran bloque P ejecuta un movimiento armónico simple horizontal mientras resbala sobre una superficie sin fricción con una frecuencia f. El bloque B descanza sobre éste como se muestra en la figura 3, y el coeficiente de fricción estática es μ_s.¿Qué amplitud máxima de oscilación puede tener el sistema si el bloque de arriba no resbala?

36. Un bloque de masa m es conectado a dos resortes de constantes de fuerza k_1 y k_2 como se muestra en la figura 4. En cada, caso el bloque se mueve en una mesa sin fricción después de que es desplazado del equilibrio y posteriormente liberado. Muestra que en los dos casos el bloque presenta un movimiento armónico simple con periodos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}; \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} \tag{1}$$

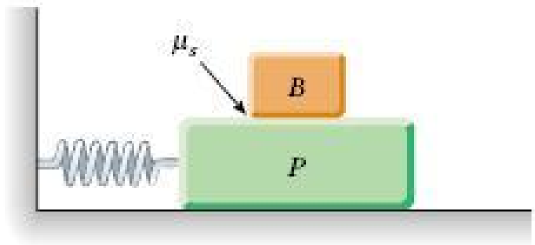

Figura 3: Bloque grande con M.A.S..

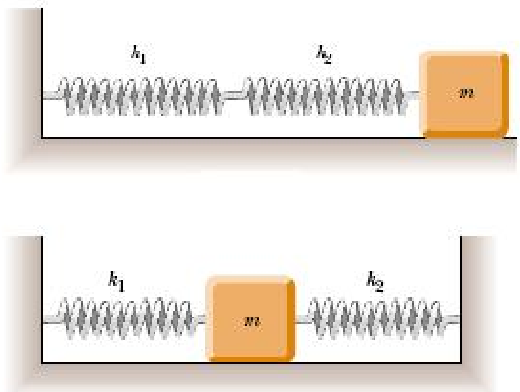

Figura 4: (a)(arriba) Un bloque conectado a dos resortes en serie. (b) (abajo) Un bloque entre dos resortes fijos.

37. Una masa de $2{,}00$ kg oscila colgada de un resorte de constante de restitución $k = 400$ N/m. La constante de amortiguamiento es $\eta = 1{,}00$ s^{-1}. El sistema es forzado por una fuerza sinusoidal de amplitud $F_0 = 10$ N y frecuencia angular $\omega = 10$ rad/s. (a) ¿Cuál es la amplitud de las oscilaciones en el régimen estacionario?, (b) Si se varía la frecuencia de la fuerza impulsora, ¿a qué frecuencia se producirá la resonancia?, (c) Encuentre la amplitud de las vibraciones en la resonancia.