ejercicio extra

1. Sea la matriz hessiana de f(x,y), evaluada en (x_0, y_0) tal que esta siendo evaluada en un punto critico.

$$H(x_0, y_0) = \begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix}$$

El polinomio caracteristico de $H(x_0, y_0)$ es

$$p(\lambda) = \lambda^2 - (A + C)\lambda + AC - B^2$$

Por el teorema fundamental del algebra sabemos que deben existir dos raices.Seam λ_1 y λ_2 las raices buscadas. Entonces se cumple que

$$\lambda_1 + \lambda_2 = A + C$$

$$\lambda_1 \lambda_2 = AC - B^2$$

1 caso 1

(a) Si $B^2 - AC < 0$ entonces $AC - B^2 > 0$ entonces $\lambda_1\lambda_2 > 0$ es decir λ_1 y λ_2 deben tener el mismo signo

(b) Si $B^2 - AC < 0$ entonces $AC - B^2 > 0$ entonces $AC > 0$ luego A y C deben tener el mismo signo

(c) Dado que $\lambda_1 + \lambda_2 = A + C$. Si $A > 0$ entonces todos los valores propios de la matriz Hessiana son positivas por lo tanto la forma cuadratica esta definida positiva

(d) CONCLUCION FINAL: Si $B^2 - AC < 0$ y $A > 0$ entonces se esta frente a un minimo local

2 caso 2

(a) Si $B^2 - AC < 0$ entonces $AC - B^2 > 0$ entonces $\lambda_1\lambda_2 > 0$ es decir λ_1 y λ_2 deben tener el mismo signo

(b) Si $B^2 - AC < 0$ entonces $AC - B^2 > 0$ entonces $AC > 0$ luego A y C deben tener el mismo signo

(c) Dado que $\lambda_1+\lambda_2 = A+C$. Si $A < 0$entonces todos los valores propios de la matriz Hessiana son negativos por lo tanto la forma cuadratica esta definida negativa

(d) CONCLUCION FINAL: Si $B^2 - AC < 0$ y $A < 0$ entonces se esta frente a un maximo local

3 caso 3

(a) Si $B^2 - AC > 0$ entonces $AC - B^2 < 0$ entonces $\lambda_1\lambda_2 < 0$ es decir λ_1 y λ_2 deben tener distinto signo

(b) CONCLUCION FINAL: Si $B^2 - AC > 0$ entonces existe un punto de ensilladura en (x_0, y_0)

4 caso 4

(a) Si $B^2 - AC = 0$ entonces alguno de los valores propios es igual a cero

(b) CONCLUCION FINAL: Si $B^2 - AC = 0$ entonces no se puede afirmar nada acerca de la naturaleza del punto critico (x_0, y_0)