

Guía 1 Matemáticas II. Semestre Primavera 2011

1. Calcule los siguientes límites (si existen):

- | | |
|---|---|
| a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$ | n) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 4}$ |
| b) $\lim_{x \rightarrow 4} (3x^{\frac{3}{2}} + 20\sqrt{x})^{\frac{1}{3}}$ | $\tilde{n}) \lim_{x \rightarrow \pi/4} \tan(x)$ |
| c) $\lim_{x \rightarrow -4} ((x + 1)^6)^{\frac{1}{3}}$ | o) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)}{1 - \cos(x)}$ |
| d) $\lim_{t \rightarrow -4} \sqrt{\frac{t + 8}{25 - t^2}}$ | p) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{\tan(x)}$ |
| e) $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^2 - 9}{t - 3}$ | q) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + \alpha) - \sin(\alpha)}{x}$ con $\alpha \in \mathbb{R}$ fijo |
| f) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}$ | r) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x + \alpha) - \tan(\alpha)}{x}$ con $\alpha \in \mathbb{R}$ fijo |
| g) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\tan(x) - \sin(2x))$ | s) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(2x)}{x}$ |
| h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan(x)}{\sin(x)}$ | t) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\sin(4x)}$ |
| i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x + 1} - \sqrt{3}}{x - 1}$ | u) $\lim_{x \rightarrow 2} x^3 + 4x^2 - 5$ |
| j) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ | v) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + 3x^3 + 2x}{x^2 + 5}$ |
| k) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 8}$ | w) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \sin(2x)}{x}$ |
| l) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1}$ | x) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x - x }$ |
| m) $\lim_{n \rightarrow 2} \frac{3x + 5}{5x - 3}$ | y) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ donde $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{2} & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{12-2x}{3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$ |

2. Use propiedades de los límites laterales, para determinar los límites (si existen):

- | | | |
|--|---|---|
| a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (3 - \sqrt{x})$ | c) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{2 x - 5 }$ | e) $\lim_{t \rightarrow 3^+} \sqrt{9 - t^2}$ |
| b) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x - 5}{2 x - 5 }$ | d) $\lim_{t \rightarrow (-4)^-} \frac{4 + t}{\sqrt{(4 + x)^2}}$ | f) $\lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{7 - x}{ x - 7 }$ |

3. Calcule los siguientes límites, si existen.

$$\begin{array}{lll}
a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 17}{x^3 - 2x + 27} & c) \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - \sqrt{4x^2 - 5x}) & e) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8 - x^{\frac{1}{3}}}{2 + x} \\
b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x}{x^3 - 5} & d) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{4x^2 - x}{x^2 + 9}} & f) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 2x} - x
\end{array}$$

4. Estudie la continuidad de las siguientes funciones:

a) $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

b) $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan(x)}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{|x+2|}{x+2} & \text{si } x \neq -2 \\ 0 & \text{si } x = -2 \end{cases}$$

c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x - |x|$.

d) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$ definida por $f(x) = \frac{1}{x}$.

e) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$.

f) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x-2|+3}{x} & \text{si } x < 0 \\ x + 5 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

g) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} A \cos(x) + B \sin(x) & \text{si } x \geq \pi/4 \\ A \cos(x) - B \sin(x) & \text{si } x < \pi/4 \end{cases}$$

¿Cuál es el valor de A y B que hace que f sea continua ?

5. ¿Es la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x \leq 2 \\ ax^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

continua en todo $\mathbb{R}$ para cualquier valor de $a \in \mathbb{R}$? Si no lo es, ¿para que valores de a es continua en $\mathbb{R}$?

6. ¿Es la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq -1 \\ ax + b & \text{si } -1 < x < 3 \\ -2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

continua en todo $\mathbb{R}$ para cualquier valor de $a, b \in \mathbb{R}$? Si no lo es, ¿para que valores de a, b es continua en $\mathbb{R}$?