

Círculos

Nota: Para efectos de esta guía, círculo y circunferencia serán sinónimos. Ambos se refieren al conjunto de puntos que se encuentra a la misma distancia (radio) de un centro dado.

1. Determine la ecuación de una circunferencia de centro $(1,-2)$ y radio 4.
2. Determine cuál(es) de las siguientes ecuaciones representan una circunferencia. Encuentre el centro y el radio para esas circunferencias.
 - a) $x^2 + y^2 + 9 = 0$
 - b) $x^2 + y^2 - 3x + 10y + 9 = 0$
 - c) $2x^2 + 2y^2 - 3x + 10y = 0$
 - d) $x^2 + 2y^2 - 9 = 0$
 - e) $x^2 - y^2 - 9 = 0$
 - f) $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$
3. Encuentre la ecuación de la recta que pasa por los puntos de intersección de las circunferencias de ecuación $x^2 + y^2 - 9 = 0$ y $x^2 + y^2 - 6x - 4y = 0$. ¿Es necesario encontrar los puntos?
4. Demuestre que cada tangente a una circunferencia es ortogonal al radio (vector que une el punto con el centro) en el punto de contacto.
5. Demuestre que toda recta cuya distancia al centro de una circunferencia es igual al radio, es tangente a ella.
6. Demuestre, al menos de dos formas diferentes, que cualquier ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto. (Pitágoras, pendientes de rectas, ...)
7. Dada la circunferencia $x^2 + y^2 = 5$, determine los valores de m para que las rectas $x - 2y + m = 0$ cumplan, respectivamente:
 - a) cortan a la circunferencia en dos puntos distintos;
 - b) son tangentes a ella;
 - c) no cortan a la circunferencia.
8. Encuentre las rectas tangentes a $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 12 = 0$ que pasan por $(-2, 7)$.
9. Encuentre las rectas tangentes a $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 18 = 0$ que tienen pendiente 1.
10. Encuentre la ecuación de una circunferencia con centro en $(0,0)$ y tangente a la recta $x + 2y = 7$
11. Encuentre la ecuación de una circunferencia que pase por el punto $(1, -2)$ y que sea tangente a la recta $x + 2y = 7$
12. Encuentre las ecuaciones de la círculo inscrito y del círculo circunscrito para el triángulo de vértices $(0,0)$, $(1,2)$ y $(-1,1)$.
13. Si una circunferencia pasa por los puntos $(1,2)$ y $(3,5)$, ¿dónde puede estar su centro? Si además se sabe que su radio es 10, ¿dónde puede estar su centro?