

GUÍA DE EJERCICIOS V

MATEMÁTICAS IV (PRIMAVERA 2010)

- 1.- Encuentre la matriz fundamental y la solución general para los siguientes sistemas:

$$x' = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} x, \quad x' = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} x, \quad x' = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} x,$$

$$x' = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 8 & -6 \end{bmatrix} x, \quad x' = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} x, \quad x' = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} x.$$

- 2.- Sea $A \in M_{nn}(\mathbb{R})$ una matriz diagonalizable tal que sus valores propios son $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ (posiblemente algunos son iguales). Si la parte real de todos estos valores propios es menor que cero y $x(t)$ es una solución cualquiera de

$$x' = Ax$$

que puede decirse acerca de

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t)?$$

Ayuda: los resultados teóricos vistos en clase debiesen ayudar.

- 3.- Resuelva la ecuación diferencial de orden dos:

$$x'' - 2x' + x = 0$$

con $x(0) = -2$ y $x'(0) = 3$.

- 4.- Resuelva la ecuación diferencial de orden dos:

$$x'' + 3x' + 2x = 0$$

con $x(0) = 1$ y $x'(0) = 2$.

- 5.- Resuelva el sistema:

$$x' = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & -5 & 2 \end{bmatrix} x, \quad x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 1, \quad x_3(0) = 0.$$

- 6.- Sea $A \in M_{nn}\mathbb{R}$ una matriz diagonalizable tal que todos sus valores propios λ verifican la propiedad $|\lambda| < 1$. Verifique que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} A^n = 0$$

donde 0 es una matriz cuadrada donde todos sus elementos son cero.

- 7.- Resuelva la ecuación diferencial de orden tres:

$$x''' + x'' - x' + 2x = 0$$

con $x(0) = 1$, $x'(0) = 2$ y $x''(0) = 0$.